การคาดการณ์ประชากรโดยแบบจำลอง LOGISTIC

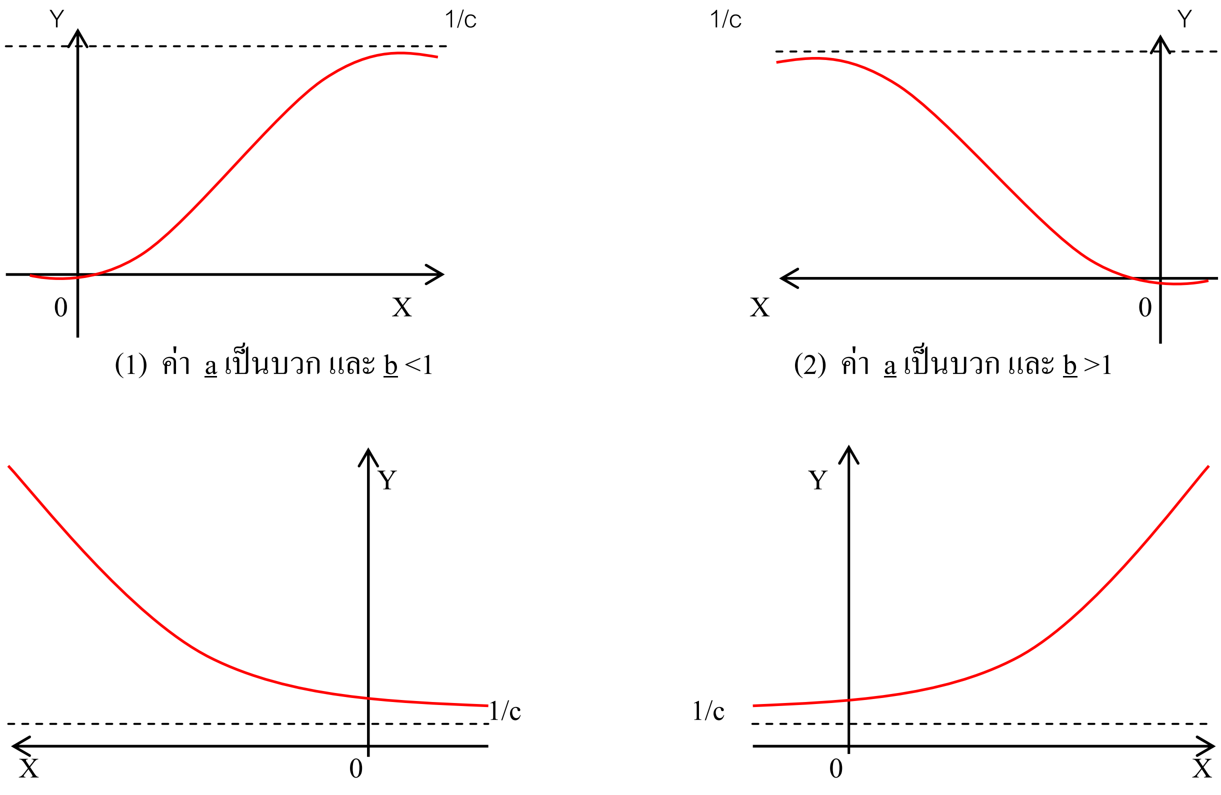
โดย รศ. ดร วรรณศิลป์ พีรพันธุ์ © 2006

Logistic Curve ที่นำมาใช้ในการคาดการณ์ประชากร เป็นแบบจำลองที่นักคณิตศาสตร์ ชื่อ P.F. VERHURSH เป็นผู้คิดค้นขึ้นในปี ค.ศ. 1830 มีรูปแบบของสมการคือ :

$$Y_c = \frac{1}{c + ab^x} \qquad \text{.......... (1)}$$

หรือ $$1/Y_c = c + ab^x \qquad \text{.......... (2)}$$

โดยที่ Y_c = จำนวนประชากรในปีที่คาดการณ์ และ c = ค่าคงที่



(1) ค่า a เป็นบวก และ b <1

(2) ค่า a เป็นบวก และ b >1

(3) ค่า a เป็นลบ และ b <

(4) ค่า a เป็นลบ และ b >1

ภาพที่ 1 รูปแบบต่างๆ ของ Logistic Curve

ที่มา : Croxton , Cowden and Klein ; 1967 : 268.

เงื่อนไขในการใช้แบบจำลอง :

1. ข้อมูลดิบของประชากร ต้องมีไม่น้อยกว่า 9 ช่วงเวลา และสามารถหารด้วย 3 ลงตัว
2. กำหนดค่า Index เรียงโดยเริ่มจาก 0 , 1 , 2 , 3 ,…,n

วิธีคำนวณ

<u>ขั้นตอนที่ 1</u>

1. สร้างตาราง ให้มีคอลัมน์ต่าง ๆ ดังในตารางที่ 1
2. นำข้อมูลดิบที่จะคาดการณ์ประชากรในแต่ละปี (Y) มาใส่ลงในตาราง โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 3 ส่วน แต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่า ๆ กัน
3. ใส่ค่า Index (X)
4. หาค่า 1/Y หรือ Y^{-1}
5. หาผลรวม Y^{-1} ของข้อมูลแต่ละส่วน (Partial Sum $\rightarrow \sum_n Y^{-1}$)

ตารางที่ 1 Logistic Curve Computation

Year	Index (X)	Observation (Y)	Reciprecal (1/Y or Y^{-1})	Partial Sum ($\sum_n Y^{-1}$)
1940	0	17.0	0.0588	
1945	1	23.0	0.0435	$\sum_1 Y^{-1} = 0.1368$
1950	2	29.0	0.0345	
1955	3	35.0	0.0286	
1960	4	43.0	0.0233	$\sum_2 Y^{-1} = 0.0711$
1965	5	52.0	0.0192	
1970	6	63.0	0.0159	
1975	7	77.0	0.0130	$\sum_3 Y^{-1} = 0.0404$
1980	8	87.0	0.0115	

Value express in 1,000s

ขั้นตอนที่ 2

หาค่า b^n (n = จำนวนข้อมูลประชากร / 3 หรือ จำนวนข้อมูลในแต่ละส่วนที่ใช้หา Partial Sum), b , a , และ c จากสูตร :

$$b^n = \frac{\sum_3 Y^{-1} - \sum_2 Y^{-1}}{\sum_2 Y^{-1} - \sum_1 Y^{-1}} \qquad \text{....... (3)}$$

$$a = \left(\sum_2 Y^{-1} - \sum_1 Y^{-1}\right) \left[\frac{(b-1)}{(b^n - 1)^2}\right] \qquad \text{....... (4)}$$

$$c = 1/n \left[\frac{\{\sum_1 Y^{-1} \sum_3 Y^{-1} - (\sum_2 Y^{-1})^2\}}{\{\sum_1 Y^{-1} + \sum_3 Y^{-1} - 2\sum_2 Y^{-1}\}}\right] \qquad \text{....... (5)}$$

จากตารางที่ 1 :

$$b^n = \frac{(0.0404 - 0.0711)}{(0.0711-0.1368)} = 0.4672$$

$$b = (0.4672)^{1/3} = 0.7760$$

$$a = (0.0711 - 0.1368)\left[\frac{(0.7760 - 1)}{(0.4672 - 1)^2}\right] = 0.0518$$

และ $$c = 1/3\left[\frac{\{(0.1368)(0.0404) - (0.0711)^2\}}{\{0.1368 + 0.0404 - 2(0.0711)\}}\right] = 0.00448$$

เมื่อนำ a , b , c ที่คำนวณได้ มาแทนค่าในสมการ (1) จะได้สูตรสำหรับคาดการณ์ประชากรในอนาคต คือ

$$Y_c = 1/\{0.00448 + 0.0518\,(0.7760)^x\}$$

หรือนำ a , b , c มาแทนค่าในสมการ (2) ก็จะได้สูตรสำหรับคาดการณ์ประชากรในอนาคต คือ

$$1/Y_c = 0.00448 + 0.0518\,(0.7760)^x$$

ซึ่งสามารถนำไปใช้คาดการณ์ประชากรในอนาคตได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 Logistic Curve Estimations

Year	Index (X)	Reciprocal of Estimate ($1/Y_c$)	Estimate (Y_c)
1940	0	0.05635	17.75
1945	1	0.04473	22.36
1950	2	0.03571	28.00
1955	3	0.02871	34.83
1960	4	0.02328	42.95
1965	5	0.01907	52.45
1970	6	0.01580	63.30
1975	7	0.01326	75.40
1980	8	0.01129	88.54
1985	9	0.00977	102.39
1990	10	0.00858	116.52
1995	11	0.00766	130.51
2000	12	0.00695	143.90

Value express in 1,000s