การคาดการณ์ประชากรโดยแบบจำลอง PARABOLIC

โดย รศ. ดร. วรรณศิลป์ พีรพันธุ์ © 2006

THE PARABOLIC CURVE หรือ SECONDARY-DEGREE CURVE เป็นแบบจำลองในกลุ่มแบบจำลองเชิงเส้นอีกแบบหนึ่งที่ใช้คาดการณ์ประชากรในอนาคต โดยรูปของสมการจะมีพจน์รูปยกกำลังสองเพิ่มขึ้นจากสมการเส้นตรงและมีลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้ง (ภาพที่ 1)

รูปแบบทั่วไปของสมการ:

$$Y_c = a + bX + cX^2 \quad \text{..... (1)}$$

โดยที่ **X** = ตัวแปรอิสระ (ดัชนีเวลา)

$\mathbf{Y_c}$ = ตัวแปรตาม (ประชากร)

a = ค่าของ Y เมื่อ X = 0

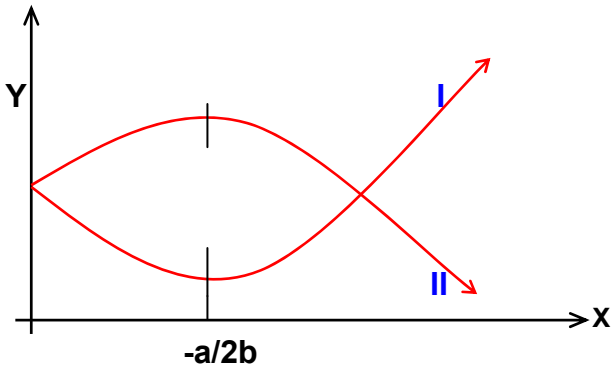
b = ค่าความชัน

c = ค่าคงที่

เครื่องหมายของ c แสดงให้ทราบว่ากราฟมีรูปลักษณะใด:

ค่า c เป็นบวก กราฟจะโค้งหงายขึ้น (upward concurve) → **I**

ค่า c เป็นลบ กราฟจะโค้งคว่ำลง (downward concurve) → **II**



ภาพที่ 1 ลักษณะของ PARABOLIC CURVE

ที่มา : Dickey and Watts,1978:282

เราสามารถหาค่า a , b , c ในสมการ (1) ได้จากสมการต่อไปนี้:

$$c = \frac{N\sum X^2Y - \sum X^2 \sum Y}{N\sum X^4 - (\sum X^2)^2} \quad \text{..... (2)}$$

$$a = \frac{\sum Y - c\sum X^2}{N} \quad \text{..... (3)}$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \quad \text{..... (4)}$$

โดยที่ N = จำนวนข้อมูล (ช่วงเวลา)

$\sum Y$ = ผลรวมของ Y

$\sum XY$ = ผลรวมของ Index X คูณกับ Y

$\sum X^2 Y$ = ผลรวมของ Index X ยกกำลังสองคูณกับ Y

$\sum X^2$ = ผลรวมของ Index X ยกกำลังสอง

ขั้นตอนในการคำนวณ

1) พิจารณาจำนวนข้อมูลว่าเป็นจำนวนคี่ หรือจำนวนคู่แล้วจัดเรียงค่า Index X ดังนี้

<u>กรณีเป็นเลขคี่</u>

กำหนดให้ค่ากลางของดัชนีเวลา มีค่า X = 0

กำหนดให้ค่าดัชนีเวลาที่อยู่เหนือค่ากลางมีค่า X ลดลงทีละ 1 คือ -1 , -2 , -3 ,.....

กำหนดให้ค่าดัชนีเวลาที่อยู่ใต้ค่ากลางมีค่า X เพิ่มขึ้นทีละ 1 คือ 1 , 2 , 3 ,.....

<u>กรณีเป็นเลขคู่</u>

แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 กลุ่มน คือมีดัชนีเวลาน้อยกว่าค่ากลาง และมากกว่าค่ากลาง

กำหนดให้กลุ่มที่มีค่าดัชนีเวลาน้อยกว่าค่ากลางมีค่า X เป็นลบ โดยเริ่มจากค่าที่อยู่ใกล้ค่ากลางที่สุด เป็น -1 แล้วลดลงครั้งละ 2 เป็น -3 , -5 ,.....

กำหนดให้กลุ่มที่มีค่าดัชนีเวลามากกว่าค่ากลางมีค่า X เป็นบวก โดยเริ่มจากค่าที่อยู่ใกล้ค่ากลาง

ที่สุดเป็น 1 แล้วเพิ่มขึ้นครั้งละ 2 เป็น 3 , 5 ,.....

2) หาค่า X^2 และ $\sum X^2$

3) หาค่า $\sum Y$

4) หาค่า XY และ $\sum XY$

5) หาค่า X^2Y และ $\sum X^2Y$

6) นำค่าที่ได้ในข้อ 2) ถึง 5) มาแทนในสมการ (2) , (3) , (4) เพื่อหาค่า c , a , b

7) แทนค่า c , a , b ที่ได้ในสมการ (1) จะได้สมการ Parabolic ที่ใช้การคาดการณ์ประชากร

8) แปลงค่าดัชนีเวลาที่ต้องการคาดการณ์ประชากรเป็น Index X แล้วแทนค่าในสมการ Parabolic เพื่อคาดการณ์ประชากรในปีที่ต้องการ

ตารางที่ 1 ตัวอย่างการคาดการณ์ประชากร กรณีที่จำนวนข้อมูลเป็นเลขคี่

Parabolic Curve Computation for Odd Number of Observation

Year	Observ. (Y)	Index (X)	X^2	X^4	XY	X^2Y
1940	17	-4	16	256	-68	272
1945	23	-3	9	81	-69	207
1950	29	-2	4	16	-58	116
1955	35	-1	1	1	-35	35
1960	43	0	0	0	0	0
1965	52	1	1	1	52	52
1970	63	2	4	16	126	252
1975	77	3	9	81	231	693
1980	87	4	16	256	348	1392
Sum	426	0	60	708	527	3019

* Value expressed in 1000s

นำค่าที่ได้จากตารางที่ 1 แทนค่าในสมการ (2) , (3) , (4) เพื่อหาค่า c , a , b

$$c = \frac{N\sum X^2Y - \sum X^2 \sum Y}{N\sum X^4 - (\sum X^2)^2}$$

$$= \quad [9x3019 - 60x426] / [9x708 - (60)^2]$$

$$= \quad 0.58$$

$$a = \frac{\sum Y - c\sum X^2}{N}$$

$$= \quad [426 - 0.58x60] / 9$$

$$= \quad 43.46$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$

$$= \quad 527 / 60$$

$$= \quad 8.78$$

แทนค่า c , a , b ในสมการ (1)

$$Y_c = a + bX + cX^2$$

จะได้สมการที่ใช้คาดการประชากร คือ

$$Y_c = 43.46 + 8.78X + 0.58\ X^2$$

สมมุติว่าเราต้องการคาดการณ์ประชากรปี ค.ศ. 2000 ซึ่งมีค่า Index X = 8 ก็สามารถแทนค่าดังกล่าวในสมการข้างบนเพื่อคาดการณ์ประชากรได้ ดังนี้

$$Y_c = 43.46 + 8.78(8) + 0.58\ (8)^2$$

= **150.92**

แสดงว่าประชากรในปี ค.ศ. 2000 จะมีจำนวนประมาณ 150,920 คน