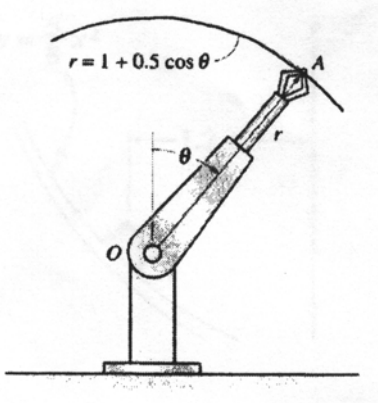


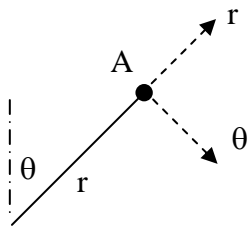
ตัวอย่างข้อสอบปลายภาคพร้อมเฉลย

วิชา 2103213 กลศาสตร์วิศวกรรม 1
(Engineering Mechanics I)



1 Because of telescopic action, the end of the industrial robotic arm extends along the path of the limaçon $r = (1 + 0.5 \cos \theta)$ m. At the instant $\theta = \pi/4$, the arm has an angular rotation $\dot{\theta} = 0.6$ rad/s, which is increasing at $\ddot{\theta} = 0.25$ rad/s². Determine the radial and transverse components of the velocity and acceleration of the object A held in its grip at this instant.

วิธีทำ เนื่องจากตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งของวัตถุ A ถูกบอกด้วยพิกัด $r-\theta$ ซึ่งอ้างอิงกับจุด O ดังนั้นในที่นี้จะใช้ระบบพิกัด $r-\theta$ ในการแก้ปัญหาโจทย์ข้อนี้



โจทย์กำหนดเส้นแนวทางการเคลื่อนที่

$$r = 1 + 0.5 \cos \theta \quad (1)$$

ดังนั้นจะหาสัมพัทธ์ของ \dot{r} และ $\dot{\theta}$ ได้ดังนี้

$$\dot{r} = -0.5 \dot{\theta} \sin \theta \quad (2)$$

$$\ddot{r} = -0.5(\dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{\theta} \sin \theta) \quad (3)$$

ที่ตำแหน่งที่ต้องการ $\theta = \pi/4$, $\dot{\theta} = 0.6$ rad/s และ $\ddot{\theta} = 0.25$ rad/s²
แทนค่าลงในสมการ (1)-(3) จะได้

$$r = 1 + 0.5 \cos(\pi/4) = 1.3536 \text{ m}$$

$$\dot{r} = -0.5(0.6) \sin(\pi/4) = -0.2121 \text{ m/s}$$

$$\ddot{r} = -0.5(0.6^2 \cos(\pi/4) + 0.25 \sin(\pi/4)) = -0.2157 \text{ m/s}^2$$

จากความสัมพันธ์ความเร็ว และความเร่งในพิกัด $r-\theta$ จะได้

$$\vec{V} = \dot{r} \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta$$

$$\vec{V} = -0.2121 \hat{e}_r + (1.3536)(0.6) \hat{e}_\theta = -0.2121 \hat{e}_r + 0.8122 \hat{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \hat{e}_r + (r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta}) \hat{e}_\theta$$

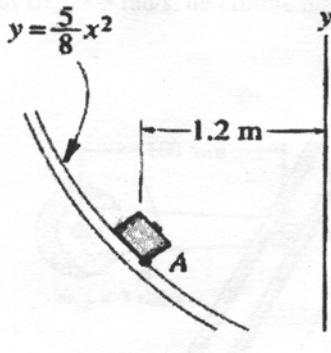
$$\vec{a} = (-0.2157 - 1.3536 \times 0.6^2) \hat{e}_r + (1.3536 \times 0.25 + 2 \times (-0.2121) \times 0.6) \hat{e}_\theta$$

$$\vec{a} = -0.703 \hat{e}_r + 0.084 \hat{e}_\theta$$

หรือ $V_r = -0.212$ m/s $V_\theta = 0.8122$ m/s

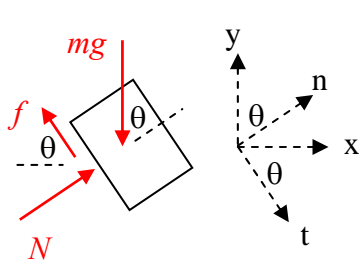
$a_r = -0.703$ m/s² $a_\theta = 0.084$ m/s²

Ans



2 The 10 kg suitcase slides down the curved ramp for which the coefficient of kinetic friction is $\mu_k=0.2$. If at the instant it reaches point A it has a speed of 1 m/s, determine the normal force on the suitcase and the rate of increase of its speed.

วิธีทำ เนื่องจากต้องการหาแรงกระทำ จึงเริ่มการพิจารณาจากการเขียน FBD



$$[\sum F_t = ma_t]$$

$$mg \cdot \sin \theta - \mu N = ma_t$$

$$10(9.81) \sin \theta - 0.2N = 10a_t \quad (1)$$

$$[\sum F_n = ma_n]$$

$$N - mg \cdot \cos \theta = ma_n$$

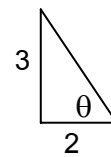
$$N - 10(9.81) \cos \theta = 10a_n \quad (2)$$

โจทย์กำหนดสมการเส้นโค้ง รวมถึงตำแหน่งที่ต้องการมาด้วย จึงสามารถหามุม θ ในขณะนั้นได้

เส้นโค้งการเคลื่อนที่

$$y = \frac{5}{8}x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5}{4}x = \tan \theta$$



ที่ $x = -1.2$

$$\tan \theta = \frac{5}{4}x = \frac{5}{4}(-1.2) = -\frac{3}{2} \longrightarrow \theta = 56.31^\circ$$

(คิดแต่ขนาด สอดคล้องกับรูป FBD)

แทนมุมที่หาได้ลงในสมการ (1) และ (2)

$$81.6241 - 0.2N = 10a_t \quad (3)$$

$$N - 54.4161 = 10a_n \quad (4)$$

จะเห็นว่าสมการ (3) และ (4) มีตัวแปรไม่ทราบค่า 3 ตัว คือ N, a_t, a_n จึงไม่สามารถแก้ได้ จำเป็นต้องหาสมการความสัมพันธ์เพิ่มเติม

เนื่องจากในข้อนี้กำหนดเส้นโค้งแนวการเคลื่อนที่มาให้ ทำให้สามารถหาความสัมพันธ์ของความเร็ว และความเร่งในระบบพิกัด x-y ได้

$$\text{จาก } y = \frac{5}{8}x^2 \quad \text{จะได้} \quad \dot{y} = \frac{5}{4}x\dot{x} \quad (5)$$

$$\ddot{y} = \frac{5}{4}(x^2 + x\ddot{x}) \quad (6)$$

$$\text{ที่ } x = -1.2 \quad \dot{y} = -\frac{3}{2}\dot{x}$$

โจทย์กำหนดให้ $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = 1$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \frac{9}{4}\dot{x}^2} = 1 \longrightarrow \dot{x} = 0.5547 \text{ m/s} \longrightarrow$$

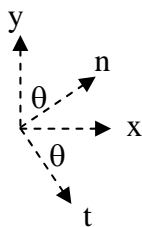
$$\dot{y} = -\frac{3}{2}\dot{x} = -0.832 \text{ m/s} \downarrow$$

แทนค่าในสมการ (6) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของความเร่งในพิกัด x-y ได้

$$\ddot{y} = \frac{5}{4}(0.5547^2 + (-1.2)\ddot{x}) = 0.3846 - 1.5\ddot{x}$$

$$a_y = 0.3846 - 1.5a_x \quad (7)$$

ความเร่งของกล่องอาจแสดงได้โดยใช้พิกัด n-t (สอดคล้องกับ FBD ที่วาดไว้) หรือแสดงโดยพิกัด x-y (สอดคล้องกับสมการ (7)) ก็ได้ อย่างไรก็ตามเนื่องจากเป็นความเร่งเดียวกัน จึงอาจเขียนแสดงความสัมพันธ์ของความเร่งทั้งสองพิกัดได้ดังนี้



$$\left. \begin{aligned} a_x &= a_n \sin \theta + a_t \cos \theta \\ a_y &= a_n \cos \theta - a_t \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

แทนค่าในสมการ (7) จะหาความสัมพันธ์ของความเร่งในพิกัด n-t ได้

$$a_n \cos \theta - a_t \sin \theta = 0.3846 - 1.5(a_n \sin \theta + a_t \cos \theta)$$

$$a_n \cos 56.31^\circ - a_t \sin 56.31^\circ = 0.3846 - 1.5(a_n \sin 56.31^\circ + a_t \cos 56.31^\circ)$$

$$a_n (\cos 56.31^\circ + 1.5 \sin 56.31^\circ) - a_t (\sin 56.31^\circ - 1.5 \cos 56.31^\circ) = 0.3846 \quad (9)$$

แก้ระบบสมการ (3), (4) และ (9) จะหาค่า N , a_n , a_t ได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} a_n &= 0.2133 \text{ m/s}^2 \\ a_t &= 7.03 \text{ m/s}^2 \\ N &= 56.5493 \text{ N} \end{aligned} \right\} \quad \underline{\text{Ans}}$$

หมายเหตุ ในข้อนี้สามารถหาค่า a_n ได้อีกวิธีหนึ่ง โดยการใช้การหารัศมีความโค้งของเส้นทางการเคลื่อนที่ดังนี้

รัศมีความโค้งของเส้นโค้งหาจาก

$$\rho_{xy} = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\left| \frac{d^2y}{dx^2} \right|}$$

สมการเส้นโค้ง

$$\left. \begin{aligned}
 y &= \frac{5}{8}x^2 \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{5}{4}x \\
 \frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{5}{4}
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 \text{ที่ } x &= -1.2 \\
 \frac{dy}{dx} &= \frac{5}{4} \cdot (-1.2) = -\frac{3}{2} \\
 \frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการหารศมีความโค้ง

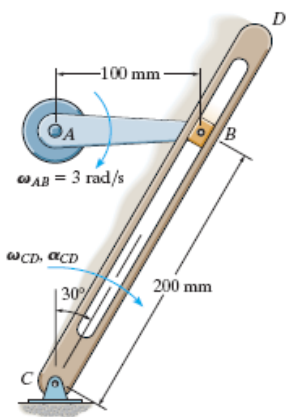
$$\rho_{xy} = \frac{\left[1 + \left(-\frac{3}{2} \right)^2 \right]^{3/2}}{\left| \frac{5}{4} \right|} = 4.6872$$

หา a_n จาก

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{1^2}{4.6872} = 0.2133 \text{ m/s}^2$$

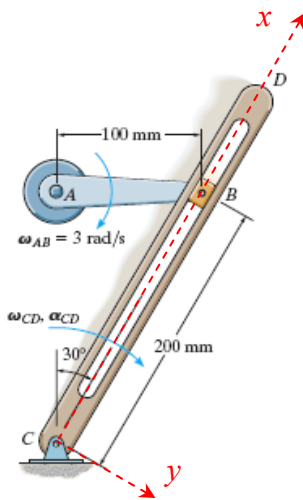
จะพบว่า a_n มีค่าเท่ากับการหาจากวิธีแรก

นำค่า a_n ไปแทนในสมการ (3) และ (4) จะหาค่า a_t และ N ได้ตามต้องการ



3 Block B of the mechanism is confined to move within the slot member CD. If AB is rotating at a constant rate of $\omega_{AB}=3 \text{ rad/s}$, determine the angular velocity and angular acceleration of member CD at the instant shown.

วิธีทำ ในข้อนี้ต้องการหาความเร็ว และความเร่งเชิงมุมของชิ้นส่วน CD โดยกำหนดความเร็วและความเร่งเชิงมุมของชิ้นส่วน AB มา เนื่องจากชิ้นส่วน AB และ CD ไม่ได้ต่อกันด้วยวัตถุแข็งเกร็ง แต่เชื่อมต่อกันด้วย slot ดังนั้นการพิจารณาจึงต้องใช้วิธีการของ rotating axis



ตั้งแกนพิกัด ดังแสดงในรูป ในกรณีนี้ผู้สังเกตอยู่ที่จุด C และสังเกตเห็นจุด B บนชิ้นส่วน AB ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ตามแนว slot แกนพิกัดที่ตั้งจะหมุนด้วยความเร็วและความเร่งเชิงมุม ω_{CD} และ α_{CD} ตามลำดับ จากข้อมูลข้างต้นจะเขียนสมการความเร็วสัมพัทธ์ได้ดังนี้

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{CD} \times \vec{r} + \vec{v}_{rel} \quad (1)$$

เนื่องจากจุด C ที่ผู้สังเกตอยู่ เป็นจุดหมุน และไม่มีการเคลื่อนที่ ดังนั้น $\vec{v}_C = 0$ เวกเตอร์ \vec{r} จะชี้จากผู้สังเกตไปที่จุดที่ต้องการสังเกต ในที่นี้คือชี้จาก C ไป B \vec{v}_{rel} คือความเร็วที่ผู้สังเกตมองเห็นวัตถุที่ต้องการสังเกตเคลื่อนที่ ในที่นี้ผู้สังเกตจะเห็นวัตถุเคลื่อนที่ตามแนว slot หรือเคลื่อนที่ตามแนวแกน x นั้นเอง ความเร็วอื่นที่รู้ค่าได้แก่

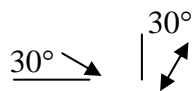
$$|\vec{v}_B| = \omega_{AB}(\overline{AB}) = 3(0.1) = 0.3 \text{ m/s} \quad \downarrow$$

สรุปตัวที่รู้ค่าและไม่รู้ค่าได้ดังตาราง

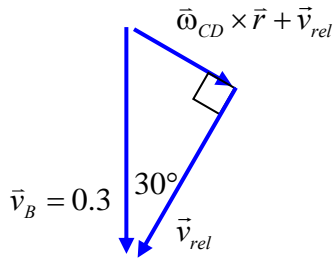
$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{CD} \times \vec{r} + \vec{v}_{rel}$$

ขนาด	0.3	0	X	X
ทิศทาง	\downarrow	—	$\perp CD$	$// CD$

เนื่องจากมีตัวไม่ทราบค่า 2 ตัว จึงสามารถหาคำตอบได้ โดยเขียนแผนภาพเวกเตอร์



เขียนรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้



จากรูป $|\vec{\omega}_{CD} \times \vec{r}| = \omega_{CD} (0.2) = 0.3 \sin 30^\circ$

$$\omega_{CD} = 0.75 \text{ rad/s}$$

Ans

$$|\vec{v}_{rel}| = 0.3 \cos 30^\circ = 0.2598 \text{ m/s}$$

พิจารณาสมการความเร่งสัมพัทธ์สำหรับแกนหมุน

$$= 0$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}}_{CD} \times \vec{r} + \vec{\omega}_{CD} \times (\vec{\omega}_{CD} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega}_{CD} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

$$(\vec{a}_B)_n + (\vec{a}_B)_t = \dot{\vec{\omega}}_{CD} \times \vec{r} + \vec{\omega}_{CD} \times (\vec{\omega}_{CD} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega}_{CD} \times \vec{v}_{rel} + \vec{a}_{rel}$$

ขนาด	$\omega_{AB}^2 \overline{AB}$	0	X	$\omega_{CD}^2 \cdot r$	$2\omega_{CD} v_{rel}$	X
ทิศทาง	←	-	$\perp CD$	$// CD$	$\perp CD$	$// CD$



จากตารางจะพบว่าไม่มีตัวไม่ทราบค่า 2 ตัวจึงสามารถหาค่าได้
คำนวณค่าต่างๆ ที่ทราบได้ดังนี้

$$a_B = (a_B)_n = \omega_{AB}^2 \overline{AB} = 3^2 (0.1) = 0.9 \text{ m/s}^2$$

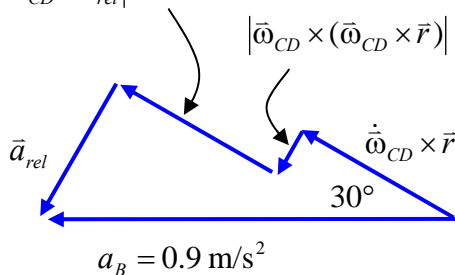
$$|\vec{\omega}_{CD} \times (\vec{\omega}_{CD} \times \vec{r})| = \omega_{CD}^2 \cdot r = 0.75^2 (0.2) = 0.1125 \text{ m/s}^2$$

$$|2\vec{\omega}_{CD} \times \vec{v}_{rel}| = 2\omega_{CD} v_{rel} = 2(0.75)(0.2598) = 0.3897 \text{ m/s}^2$$

นำค่าที่ทราบมาเขียนแผนภาพเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$|2\vec{\omega}_{CD} \times \vec{v}_{rel}| = 0.3897 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{\omega}_{CD} \times (\vec{\omega}_{CD} \times \vec{r})| = 0.1125 \text{ m/s}^2$$



รวมเวกเตอร์ในแนว x ได้ดังนี้

$$-0.9 \sin 30^\circ = -0.1125 - a_{rel}$$

$$a_{rel} = 0.3375 \text{ m/s}^2$$

รวมเวกเตอร์ในแนว y ได้ดังนี้

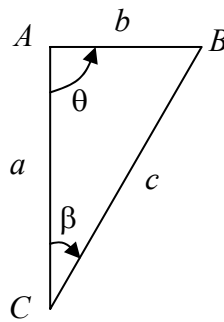
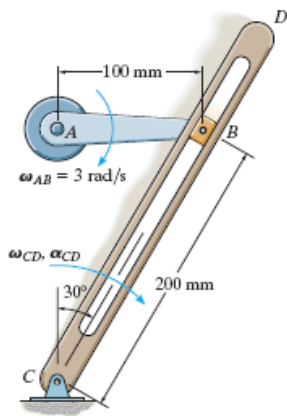
$$-0.9 \cos 30^\circ = -|\dot{\omega} \times \vec{r}| - 0.3897$$

$$|\dot{\omega} \times \vec{r}| = \alpha_{CD} (0.2) = -0.3897$$

$$\alpha_{CD} = 1.9486 \text{ rad/s}^2 \text{ CCW}$$

Ans

หมายเหตุ ข้อนี้สามารถทำได้โดยวิธี absolute motion ดังนี้



โจทย์กำหนด

$$a = \sqrt{200^2 - 100^2}$$

$$b = 100, \quad c = 200$$

$$\dot{\theta} = -3 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = 0 \text{ rad/s}^2$$

ต้องการหาค่า $\dot{\beta}, \ddot{\beta}$

เมื่อ $\beta = 30^\circ, \quad \theta = 90^\circ$

การกำหนดมุม θ และ β จะต้องวัดจากตำแหน่งที่ไม่มีเคลื่อนที่เท่านั้น ในตัวอย่างนี้ มุมทั้งสองวัดจากเส้นแนวตั้ง โดยมีทิศทางดังแสดงในรูป ดังนั้นค่า ω_{AB} หรือ $\dot{\theta}$ จึงมีค่าเป็นลบ เนื่องจากมีทิศทางตรงข้ามกับที่กำหนดในรูป

จากรูปสามารถสร้างความสัมพันธ์ของระยะและมุมได้ดังนี้

จากกฎของ cosine $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$

$$c\dot{c} = ab\dot{\theta} \sin \theta \tag{1}$$

$$c^2 + c\dot{c} = ab(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) = ab\dot{\theta}^2 \cos \theta \tag{2}$$

จากกฎของ sine

$$\frac{c}{\sin \theta} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow c \sin \beta = b \sin \theta$$

$$c\dot{c} \sin \beta + c\dot{\beta} \cos \beta = b\dot{\theta} \cos \theta \tag{3}$$

$$c\ddot{c} \sin \beta + c\dot{c}\dot{\beta} \cos \beta + c\dot{\beta} \cos \beta + c\ddot{\beta} \cos \beta - c\dot{\beta}^2 \sin \beta = b\ddot{\theta} \cos \theta - b\dot{\theta}^2 \sin \theta$$

$$\Rightarrow \ddot{c} \sin \beta + 2\dot{c}\dot{\beta} \cos \beta + c\ddot{\beta} \cos \beta - c\dot{\beta}^2 \sin \beta = -b\dot{\theta}^2 \sin \theta \tag{4}$$

แทนค่าที่โจทย์กำหนดให้ ลงในสมการ (1) และ (2) จะได้

$$\dot{c} = -259.8076 \text{ mm/s} = -0.26 \text{ m/s}$$

$$\ddot{c} = -337.5 \text{ mm/s}^2 = -0.34 \text{ m/s}^2$$

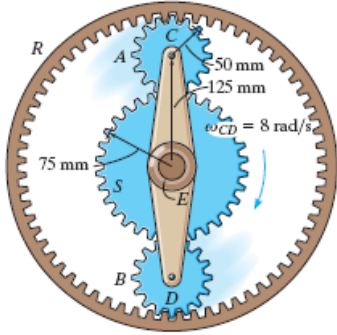
ค่าที่ติดลบหมายถึงเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นระยะ c มีค่าลดลง หรือกล่าวได้ว่าความเร็ว และความเร่งของจุด B มีทิศทางชี้เข้าหาจุด C

แทนค่าที่โจทย์กำหนดให้ และค่า \dot{c} และ \ddot{c} ลงในสมการ (3) และ (4) จะได้

$$\dot{\beta} = 0.75 \text{ rad/s CW}$$

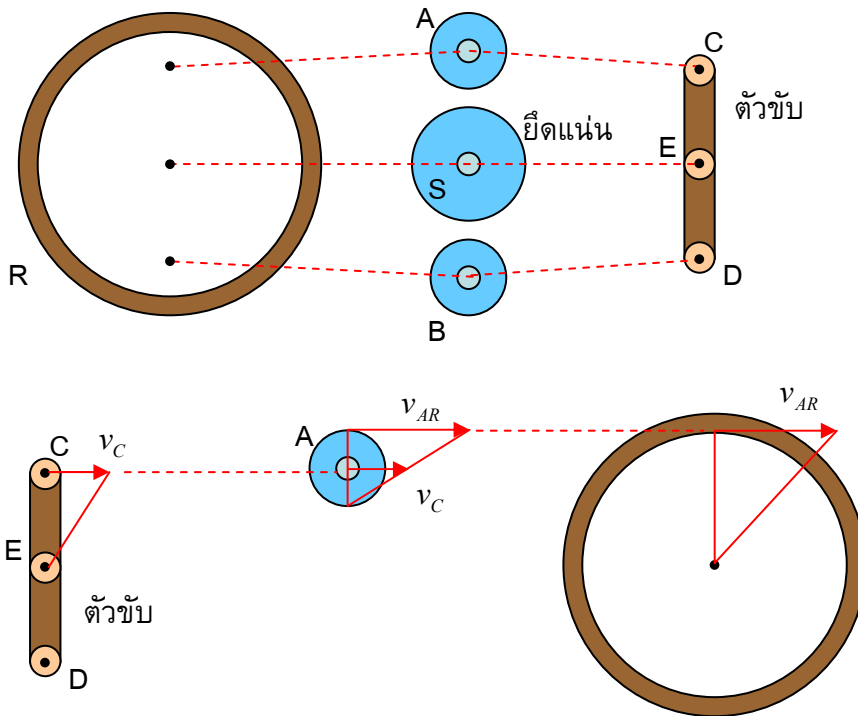
$$\ddot{\beta} = -1.9486 \text{ rad/s}^2 \Rightarrow \alpha_{BC} = 1.9486 \text{ rad/s CCW}$$

} Ans



4 In an automobile transmission the planet pinions A and B rotate on shafts that are mounted on the planet pinion carrier CD. As shown. CD is attached to a shaft at E which aligned with the center of the fixed sun gear S. The shaft is not attached to the sun gear. If CD is rotating at $\omega_{CD} = 8 \text{ rad/s}$, determine the angular velocity of the ring gear R.

วิธีทำ ระบบเฟืองนี้ประกอบด้วยวัตถุแข็งเกร็ง 5 ชิ้นส่วน ดังรูปที่แสดงด้านล่าง



พิจารณาที่แขนขับ CD ความเร็วที่จุด C หาได้จาก

$$v_C = \omega_{CD}(\overline{CE}) = 8(0.125) = 1 \text{ m/s}$$

พิจารณาที่เฟืองดาวเคราะห์ A

เนื่องจากจุดศูนย์กลางของเฟืองเชื่อมต่อกับจุด C จึงมีความเร็ว v_C

ที่จุดสัมผัสระหว่างเฟือง A กับเฟือง S มีความเร็วเป็น 0 เนื่องจากเฟือง S ยึดแน่น ไม่เคลื่อนที่ จุดนี้จุดเป็นจุด ICZV

ความเร็วที่จุดสัมผัสของเฟือง A กับเฟือง R หาได้จาก

$$\omega_A = \frac{v_C}{r_A} = \frac{1}{0.05} = 20 \text{ rad/s CW}$$

$$v_{AR} = \omega_A(2r_A) = 20(0.1) = 2 \text{ m/s}$$

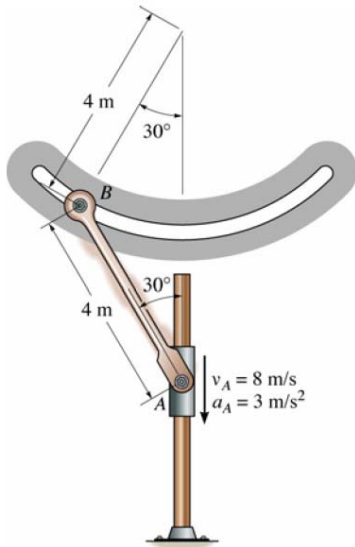
เฟือง A จะขับให้เฟือง R หมุนรอบจุดศูนย์กลาง E โดยความเร็วที่จุดสัมผัสของ
เฟือง A และเฟือง R จะเท่ากับ v_{AR}

พิจารณาเฟือง R

ความเร็วรอบหมุนของเฟือง R จะหาได้จาก

$$\omega_R = \frac{v_{AR}}{r_R} = \frac{2}{0.175} = 11.4286 \text{ rad/s CW}$$

Ans



5 The ends of the bar AB are confined to move along the path shown. At a given instant, A has a velocity of 8 m/s and an acceleration of 3 m/s². Determine the angular velocity and angular acceleration of AB at this instant.

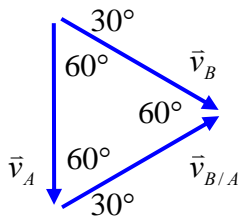
วิธีทำ ในข้อนี้ทราบความเร็ว และความเร่งของจุด A และต้องการหาความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุมของชิ้นส่วน AB เนื่องจากชิ้นส่วน AB เป็นวัตถุแข็งเกร็ง และทราบความเร็วที่จุด A บนวัตถุแข็งเกร็ง จึงใช้วิธีการความเร็วสัมพัทธ์หาความเร็วหรือความเร่งเชิงมุมได้ (สำหรับข้อนี้ Slot ไม่ใช่จุดเชื่อมระหว่างชิ้นที่รู้ความเร็ว และชิ้นที่ไม่รู้ความเร็ว จึงไม่ใช้วิธีการของ rotating axis ในข้อนี้แนวของ Slot ให้มาเพื่อบอกทิศทางการเคลื่อนที่ของจุด B)

หาความเร็วเชิงมุมของชิ้นส่วน AB โดยใช้วิธีการความเร็วสัมพัทธ์

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

ขนาด	X	8	X
ทิศทาง	//Slot	↓	⊥ AB

เนื่องจากมีตัวไม่ทราบค่า 2 ตัว จึงสามารถหาคำตอบได้ โดยเขียนแผนภาพเวกเตอร์ดังนี้



จากรูปพบว่าเวกเตอร์ทั้ง 3 ต่อกันเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังนั้น

$$v_B = v_{B/A} = v_A = 8 \text{ m/s}$$

ความเร็วเชิงมุมของชิ้นส่วน AB หาจาก

$$\omega_{AB} = \frac{v_{B/A}}{AB} = \frac{8}{4} = 2 \text{ rad/s CW}$$

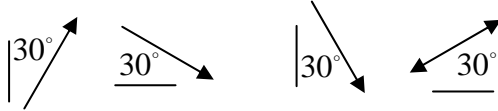
Ans

หาความเร่งเชิงมุมของชิ้นส่วน AB โดยเขียนตารางแสดงขนาด และทิศทางความเร่งได้ดังนี้

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + (\vec{a}_{B/A})_n + (\vec{a}_{B/A})_t$$

$$(\vec{a}_B)_n + (\vec{a}_B)_t = \vec{a}_A + (\vec{a}_{B/A})_n + (\vec{a}_{B/A})_t$$

ขนาด	○	X	3	○	X
ทิศทาง	○	○	↓	// \overline{BA}	$\perp \overline{BA}$

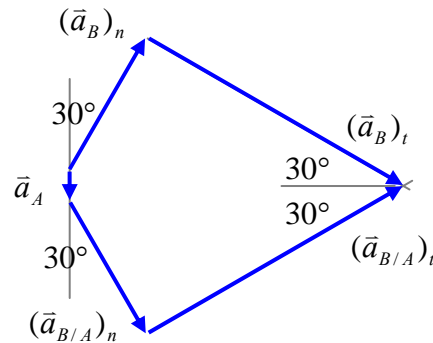


หาขนาดความเร่งที่ทราบค่าได้ดังนี้

$$(a_B)_n = \frac{v_B^2}{\rho} = \frac{8^2}{4} = 16 \text{ m/s}^2$$

$$(a_{B/A})_n = \omega_{AB}^2 (\overline{AB}) = 2^2 (4) = 16 \text{ m/s}^2$$

เขียนแผนภาพเวกเตอร์ความเร่งได้
ดังแสดงในรูป



พิจารณาในแนวระดับ

$$(a_B)_n \sin 30^\circ + (a_B)_t \cos 30^\circ = (a_{B/A})_n \sin 30^\circ + (a_{B/A})_t \cos 30^\circ$$

$$16 \sin 30^\circ + (a_B)_t \cos 30^\circ = 16 \sin 30^\circ + (a_{B/A})_t \cos 30^\circ$$

$$(a_B)_t = (a_{B/A})_t$$

พิจารณาในแนวตั้ง

$$(a_B)_n \cos 30^\circ - (a_B)_t \sin 30^\circ = -a_A - (a_{B/A})_n \cos 30^\circ + (a_{B/A})_t \sin 30^\circ$$

$$16 \cos 30^\circ - (a_B)_t \sin 30^\circ = -3 - 16 \cos 30^\circ + (a_{B/A})_t \sin 30^\circ$$

$$16 \cos 30^\circ - (a_{B/A})_t \sin 30^\circ = -3 - 16 \cos 30^\circ + (a_{B/A})_t \sin 30^\circ$$

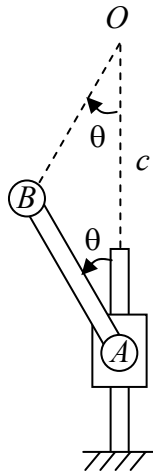
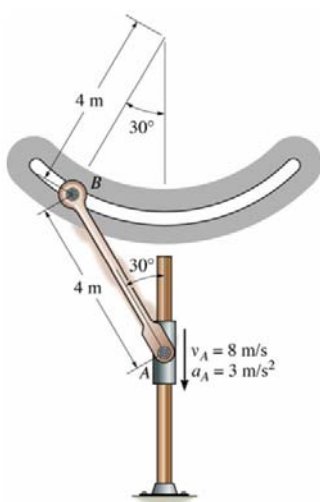
$$(a_{B/A})_t = 30.7128 \text{ m/s}^2$$

ความเร่งเชิงมุมของชิ้นส่วน AB ได้จาก

$$\alpha_{AB} = \frac{(a_{B/A})_t}{AB} = \frac{30.7128}{4} = 7.6782 \text{ rad/s}^2 \text{ CW}$$

Ans

หมายเหตุ ข้อนี้สามารถทำได้โดยวิธี absolute motion ดังนี้



โจทย์กำหนด

$$\overline{BO} = \overline{AB} = 4 \text{ m}$$

$$v_A = \dot{c} = 8 \text{ m/s}$$

$$a_A = \ddot{c} = 3 \text{ m/s}^2$$

ต้องการหาค่า $\dot{\theta}, \ddot{\theta}$

เมื่อ $\theta = 30^\circ$

การกำหนดมุม θ จะต้องวัดจากตำแหน่งที่ไม่มีการเคลื่อนที่เท่านั้น ในตัวอย่างนี้ มุม θ วัดจากเส้นแนวดิ่ง โดยมีทิศทางดังแสดงในรูป

พิจารณาสามเหลี่ยม OAB สามารถสร้างความสัมพันธ์ของระยะและมุมได้ดังนี้

$$\overline{BO} \cos \theta + \overline{AB} \cos \theta = c \Rightarrow 2(\overline{AB}) \cos \theta = 8 \cos \theta = c$$

$$-8\dot{\theta} \sin \theta = \dot{c} \tag{1}$$

$$-8(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) = \ddot{c} \tag{2}$$

แทนค่าที่โจทย์กำหนดลงในสมการที่ (1) และ (2) จะได้

$$\dot{\theta} = -2 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_{AB} = 2 \text{ rad/s CW}$$

$$\ddot{\theta} = -7.6782 \text{ rad/s}^2 \Rightarrow \alpha_{AB} = 7.6782 \text{ rad/s}^2 \text{ CW}$$

} Ans