พลศาสตร์ (Dynamics)

บทที่ 3 จลน์ศาสตร์ของอนุภาค (ส่วนที่ 2)

งานและพลังงานเป็นอีกวิธีการหนึ่งที่จะใช้แก้ปัญหาการเคลื่อนที่ของอนุภาคได้ และในหลายๆ กรณี การใช้วิธีงานและพลังงานจะสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายกว่าการใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันด้วย สำหรับในช่วงแรกของหัวข้อนี้จะกล่าวถึงงานที่เกิดจากแรงกระทำบนอนุภาคก่อน ลำดับต่อไปจะกล่าวถึงพลังงานและการนำหลักการของงานและพลังงานไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

3/5 งาน

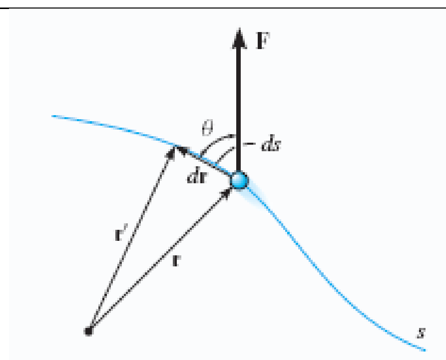
แรง F จะทำให้เกิดงานบนอนุภาคได้ก็ต่อเมื่ออนุภาคนั้นมีการเคลื่อนที่ในทิศทางของแรง (หรือในทิศทางของส่วนประกอบของแรง) รูปที่ 1 แสดงแรง F ซึ่งกระทำกับอนุภาค โดยอนุภาคมีการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นทาง S จากรูปจะเห็นว่าแรง F มีส่วนประกอบของแรงที่อยู่ในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ ดังนั้นกรณีนี้จะเกิดงานจากแรง F ซึ่งงานย่อยๆ ที่จุดใดๆ สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$dU = Fds\cos\theta \tag{1}$$

หรืออาจเขียนในรูปแบบเวคเตอร์ได้ดังสมการ

$$dU = \vec{F}\cdot d\vec{r} \tag{2}$$

เนื่องจากงานเป็นผลคูณของปริมาณแรงกับระยะทาง ดังนั้นหน่วยของงานจึงเป็น N.m หรือจูล (Joule, J)



รูปที่ 1 แรงและการเคลื่อนที่ของอนุภาค

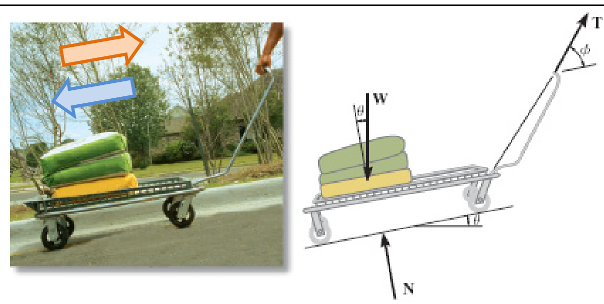
ตารางที่ 1 แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของงานที่เกิดขึ้น เมื่อมีแรงทิศทางต่างๆ มากระทำ และอนุภาคมีการเคลื่อนที่ต่างๆ กัน โดยหากแรงและการเคลื่อนที่มีทิศทางไปทางเดียวกันแล้ว จะได้ว่าแรงที่คำนวณได้จากสมการที่ (1) หรือ (2) จะเป็นบวก ($\cos\theta > 0$) แต่หากแรงกระทำมีทิศทางตรงกันข้ามกับ

การเคลื่อนที่แล้ว งานจากแรงนั้นก็จะมีค่าเป็นลบ ($\cos\theta < 0$) ในกรณีที่ 3 หากออกแรงกระทำตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ ก็จะพบว่าแรงที่เกิดขึ้นจะมีค่าเป็นศูนย์ ($\cos\theta = 0$) และในกรณีสุดท้าย หากออกแรงกระทำแล้วอนุภาคไม่เกิดการเคลื่อนที่ ก็จะไม่เกิดงานขึ้นเช่นกัน ($ds = 0$)

ตารางที่ 1 งานที่เกิดในกรณีที่แรงกระทำในทิศทางต่างๆ กันและอนุภาคเคลื่อนที่ต่างๆ กัน

Force	Displacement	Work
$\nearrow$	$\longrightarrow$	Positive
$\nwarrow$	$\longrightarrow$	Negative
$\uparrow$	$\longrightarrow$	0
$\nearrow$	Fixed point (zero disp.)	0

รูปที่ 2 แสดงตัวอย่างงานของแรงต่างๆ ที่กระทำกับรถลากขณะขึ้นและลงเนิน ในกรณีลากรถขึ้นเนินนั้น แรงที่ลากจะอยู่ในทิศทางเดียวกับทิศการเคลื่อนที่ งานที่เกิดจึงเป็นบวก ส่วนน้ำหนักของรถและสิ่งของบนรถนั้นจะมีส่วนประกอบในทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ งานจากน้ำหนักจึงมีค่าเป็นลบ ส่วนงานจากแรง Normal force จะมีค่าเป็นศูนย์เนื่องจากทิศทางแรงกระทำตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ตลอดเวลา สำหรับแรงเสียดทานในกรณีการลากรถขึ้นเนินนั้น แรงเสียดทานจะมีทิศทางชี้ลงตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ งานจากแรงเสียดทานจึงมีค่าเป็นลบ



Up Hill

Force	Work (Positive/ Negative)
Towing force T	Positive
Weight W	Negative
Normal force N	0
Friction	Negative

Downhill

Force	Work (Positive/ Negative)
Towing force T	Negative
Weight W	Positive
Normal force N	0
Friction	Negative

รูปที่ 2 งานของแรงต่างๆ ที่กระทำกับรถลากขณะขึ้นและลงเนิน

สำหรับกรณีลงเนินนั้น ผู้ลากจะต้องออกแรง T ต้านทานการเคลื่อนที่ของรถ ดังนั้นงานจากแรง T จึงมีค่าเป็นลบ ในกรณีนี้รถจะเคลื่อนที่ลงเนินเนื่องจากผลของน้ำหนัก W ซึ่งมีส่วนประกอบของแรงในทิศเดียวกับทิศทางการเคลื่อนที่ งานจากน้ำหนักจึงมีค่าเป็นบวก สำหรับงานจากแรง Normal force นั้นจะมีค่าเป็นศูนย์เช่นเดียวกับกรณีขึ้นเนินเนื่องจากแรงมีทิศทางตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ตลอดเวลา ส่วนแรงเสียดทานซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่ตลอดเวลานั้น งานที่เกิดจากแรงเสียดทานจึงมีค่าเป็นลบ

งานจากแรงรูปแบบต่าง ๆ

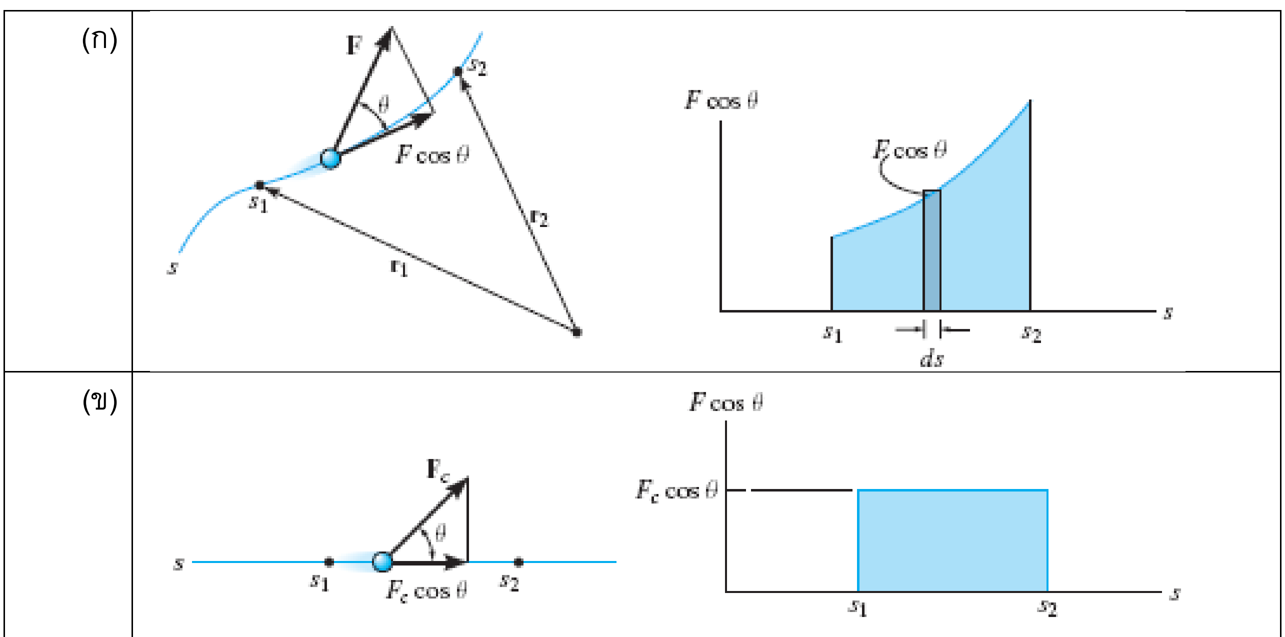
งานจากแรงรูปแบบใดๆ ก็ตาม สามารถคำนวณได้รวมงานย่อยๆ ณ จุดใดๆ จากสมการที่ (1) และ (2) โดยการอินทิเกรต ในที่นี้จะแสดงตัวอย่างของสมการของงานสำหรับแรงรูปแบบต่างๆ ที่มักจะพบได้ดังนี้

1. <u>งานจากแรงที่ไม่คงที่</u>

งานจากแรงไม่คงที่แสดงในรูปที่ 3(ก) ในกรณีนี้จะสามารถหางานขณะใดๆ ได้โดยแตกแรงให้อยู่ในทิศทางเดียวกับทิศการเคลื่อนที่ในขณะนั้น และคูณด้วยระยะขจัดย่อยๆ ดังสมการ

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos\theta \, ds \qquad (3)$$

หรือสามารถหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟของกราฟ $F\cos\theta$ กับ s



รูปที่ 3 งานจากแรงต่างๆ (ก) แรงไม่คงที่ (ข) แรงคงที่เคลื่อนตามแนวเส้นตรง

2. <u>งานจากแรงคงที่และอนุภาคเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรง</u>

งานจากแรงคงที่ และอนุภาคเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรงสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$U_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} F_c \cos\theta \, ds = F_c \cos\theta \int_{s_1}^{s_2} ds$$

$$U_{1-2} = F_c \cos\theta (s_2 - s_1) \qquad (4)$$

หรือคำนวณได้จากพื้นที่ใต้กราฟของกราฟ $F\cos\theta$ กับ s ดังรูปที่ 3(ข)

3. <u>งานจากน้ำหนัก</u>

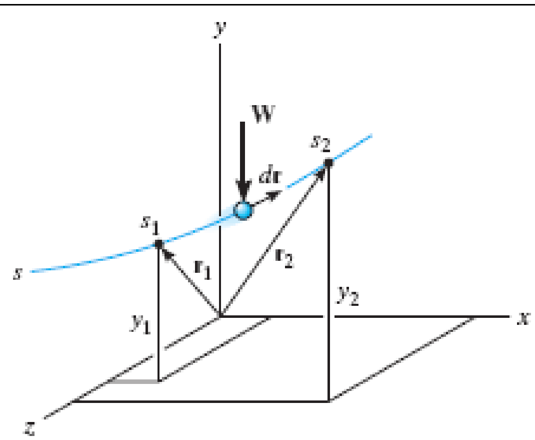
รูปที่ 4 แสดงการเคลื่อนที่ของอนุภาคจากจุด S_1 ซึ่งมีเวคเตอร์บอกตำแหน่ง $\bar{r}_1$ ไปยัง S_2 ซึ่งมีเวคเตอร์บอกตำแหน่ง $\bar{r}_2$ ในระหว่างการเคลื่อนที่แรงจากน้ำหนักจะมีทิศทางชี้ลงในแนวดิ่ง (ทิศ –y ในรูปที่ 4) ตลอดเวลา ในกรณีนี้จะหางานระหว่างจุด S_1 และจุด S_2 ได้จาก

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \bar{F} \cdot d\bar{r} = \int_{r_1}^{r_2} (-mg\,\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k})$$

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} -mg\,dy = -mg(y_2 - y_1)$$

$$U_{1-2} = -mg\Delta y \qquad (5)$$

จากสมการที่ (5) จะเห็นว่างานจากน้ำหนักขึ้นอยู่กับระยะในแนวดิ่งที่เคลื่อนที่เพียงอย่างเดียว โดยไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่เลย ไม่ว่าจะเคลื่อนที่จากจุด S_1 ไปยัง S_2 ด้วยเส้นทางใดก็ตาม หากวัตถุเคลื่อนที่ขึ้นดังแสดงในตัวอย่าง ซึ่งตรงกันข้ามกับทิศทางของแรงจากน้ำหนัก งานจะมีค่าเป็นลบ แต่หากวัตถุเคลื่อนที่ลง จะได้ว่างานจากน้ำหนักจะมีค่าเป็นบวก ($\Delta y < 0$)



รูปที่ 4 งานจากน้ำหนัก

4. งานจากแรงสปริง

การพิจารณางานจากแรงสปริงจะต้องแยกให้ชัดเจนว่าต้องการพิจารณางานจากแรงที่กระทำที่สปริง หรืองานจากแรงเนื่องจากสปริงที่กระทำบนวัตถุที่ติดสปริงไว้ รูปที่ 5(ก) แสดงแรงที่กระทำที่สปริง ส่วนรูปที่ 5(ข) แสดงแรงที่กระทำที่วัตถุที่ติดอยู่กับสปริง สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงสปริงกับระยะยืดหดเป็นดังสมการ $F_s = ks$ และสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังกราฟในรูปที่ 5(ค)

4.1 งานจากแรงที่กระทำที่สปริง:

ในกรณีนี้จะพบว่าทิศทางของแรงกระทำ กับทิศทางการยืดหดของสปริงจะเป็นทิศทางเดียวกัน จึงสามารถทราบได้แต่ต้นว่างานจากแรงที่กระทำที่สปริงจะต้องมีค่าเป็นบวก ขนาดของงานสามารถหาได้จาก

$$U_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds = \int_{s_1}^{s_2} ks\, ds$$

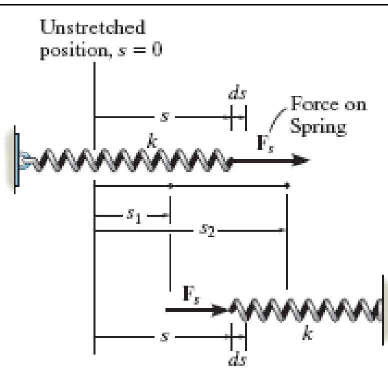
$$U_{1-2} = \frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2 \qquad (6)$$

งานที่ได้จะมีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้กราฟ (ที่แรเงา) ของกราฟแรง F_s กับระยะยืดหด s ดังรูปที่ 5(ก)

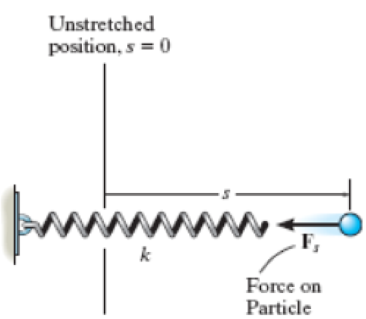
4.2 งานจากสปริงเมื่อพิจารณาที่วัตถุที่ติดอยู่กับสปริง:

จากรูปที่ 5(ข) จะพบว่าทิศทางของแรงสปริงที่กระทำบนวัตถุจะมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ หากวัตถุเคลื่อนที่ออกแรงสปริงที่กระทำบนวัตถุจะพยายามดึงวัตถุกลับเข้าสู่ตำแหน่งสมดุล ในทางตรงข้ามหากวัตถุเคลื่อนที่เข้า แรงสปริงก็จะพยายามดันวัตถุออก เนื่องจากทิศทางของแรงตรงข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่ งานจากแรงสปริงที่กระทำกับวัตถุจึงมีค่าเป็นลบ ตรงข้ามกับงานในสมการ (6)

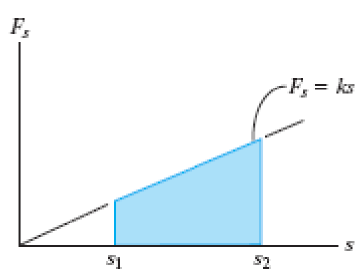
(ก)



(ข)



(ค)



รูปที่ 5 การหางานเนื่องจากแรงสปริง

งานจากแรงสปริงที่กระทำกับวัตถุที่ติดอยู่กับสปริง หาได้จาก

$$U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2\right) \tag{7}$$

3/6 หลักการของงานพลังงาน

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการสร้างสมการเพื่อนำหลักการของงาน และพลังงานไปใช้ในปัญหาทางกล พิจารณารูปที่ 6 ซึ่งแสดงการเคลื่อนที่ของอนุภาค ตามแนวเส้นโค้งจากจุดที่ 1 ไปยังจุดที่ 2 โดยที่ตำแหน่งที่แสดงในรูป อนุภาคถูกกระทำด้วยแรงลัพธ์ $\sum \vec{F} = \vec{F}_R$ แรงลัพธ์นี้สามารถเขียนให้อยู่ในผลรวมของแรงในแนวตั้งฉาก $\vec{F}_n$ และแนวสัมผัส $\vec{F}_t$ ได้ดังสมการ

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_R = \vec{F}_n + \vec{F}_t$$

งานที่ทำโดยแรงลัพธ์ จากจุด 1 ไปยังจุด 2 หาได้จาก

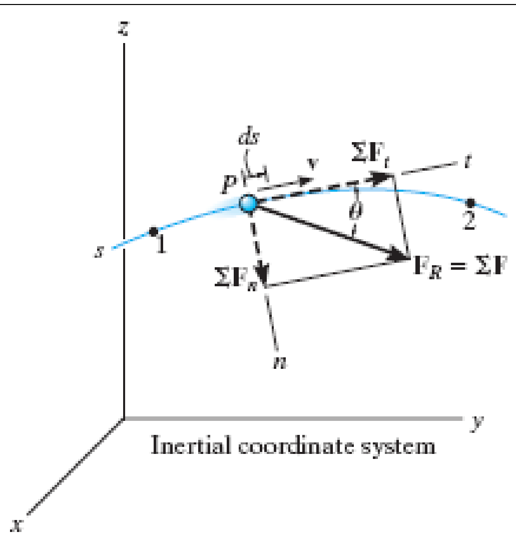
$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_n \cdot d\vec{r} + \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_t \cdot d\vec{r}$$

เนื่องจากแรงในแนวตั้งฉาก $\vec{F}_n$ ตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่เสมอ แรง $\vec{F}_n$ จึงไม่ทำให้เกิดงาน ดังนั้น

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_t \cdot d\vec{r}$$

สมการนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปปริมาณสเกลาร์ได้เป็น

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_t \cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds = \int_{s_1}^{s_2} ma_t ds$$



รูปที่ 6 แรงและการเคลื่อนที่ของอนุภาค

จากสมการความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ การขจัด ความเร็ว และความเร่ง $vdv = a_t ds$ แทนลงในสมการด้านบนจะได้

$$U_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} mv\,dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (8)$$

หากความเร็วต้น $v_1 = 0$ และความเร็วที่จุดที่ 2 $v_2 = v$ สมการที่ (8) จะเขียนได้เป็น

$$U_{1-2} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (9)$$

เรียกงานจากแรงลัพธ์ที่ทำให้อนุภาพเคลื่อนที่จากหยุดนิ่งจนกระทั่งมีความเร็ว v ตามสมการที่ (9) ว่า พลังงานจลน์ (Kinetic energy, T) ตามนิยามของพลังงานจลน์ข้างต้น สามารถเขียนสมการ (8) ให้อยู่ในรูปของพลังงานจลน์ได้ดังสมการ

$$U_{1-2} = T_2 - T_1 = \Delta T \quad (10)$$

หรือ

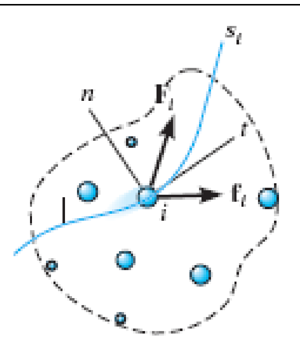
$$T_1 + U_{1-2} = T_2 \quad (11)$$

จากสมการที่ (11) อาจกล่าวได้ว่า พลังงานจลน์ของอนุภาคที่จุดเริ่มต้น บวกกับงานของ**<u>แรงลัพธ์</u>** จะได้พลังงานจลน์ของอนุภาคที่จุดสุดท้าย สมการที่ (10) หรือ (11) นี้จะเป็นสมการพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาแรงและการเคลื่อนที่ของอนุภาคต่อไป

<u>Note</u>: งานที่ใช้คำนวณในสมการที่ (10) และ (11) จะต้องเป็นงานจากแรงลัพธ์เท่านั้น หากคิดงานจากแรงไม่ครบทั้งหมดจะไม่สามารถใช้สมการ (10) หรือ (11) ได้

3/7 งานและพลังงานในระบบของอนุภาค

หลักการของงานและพลังงานในหัวข้อที่แล้ว สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ประกอบด้วยอนุภาคหลายๆ ชิ้น หรือระบบของอนุภาคได้เช่นกัน พิจารณาแรงที่กระทำของอนุภาคหนึ่งในกลุ่มของอนุภาคที่แสดงในรูปที่ 7



รูปที่ 7 แรงและการเคลื่อนที่ของอนุภาคหนึ่งในระบบของอนุภาค

จากรูปจะได้ว่าแรงลัพธ์ที่กระทำกับอนุภาค i ใดๆ อาจพิจารณาได้ว่าเป็นผลรวมของแรงภายนอก $\vec{F}_i$ และแรงภายใน $\vec{f}_i$ ดังสมการ

$$\vec{F}_{Ri} = \vec{F}_i + \vec{f}_i$$

จากสมการ (11) เมื่อพิจารณาที่อนุภาค i จะได้

$$\frac{1}{2}m_i v_{i1}^2 + \int_{s_{i1}}^{s_{i2}} (F_i)_t\, ds + \int_{s_{i1}}^{s_{i2}} (f_i)_t\, ds = \frac{1}{2}m_i v_{i2}^2 \qquad (12)$$

จากสมการ (12) จะเห็นว่าแรงภายนอกและแรงภายในจะคิดแค่ทิศทางตามแนวการเคลื่อนที่ t เท่านั้น เนื่องจากแรงในทิศทาง n จะตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ตลอดจึงไม่เกิดงาน

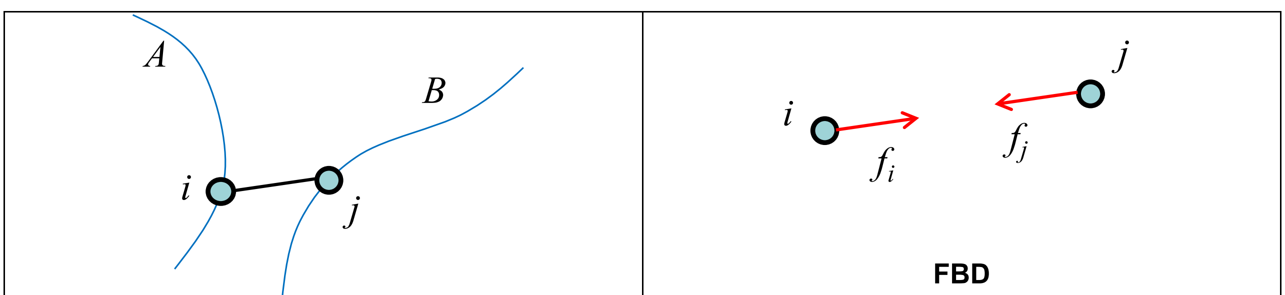
สำหรับงานพลังงานของทั้งระบบ สามารถหาได้รวมงานและพลังงานของอนุภาคย่อยๆ ในสมการที่ (12) เข้าด้วยกัน ดังสมการ

$$\sum \frac{1}{2}m_i v_{i1}^2 + \sum \int_{s_{i1}}^{s_{i2}} (F_i)_t\, ds + \sum \int_{s_{i1}}^{s_{i2}} (f_i)_t\, ds = \sum \frac{1}{2}m_i v_{i2}^2 \qquad (13)$$

พิจารณารูปที่ 8 ซึ่งแสดงตัวอย่างระบบอนุภาค ซึ่งมีอนุภาค i และ j อยู่ จะเห็นว่าแรงภายในระหว่างอนุภาค f_i และ f_j เป็นคู่ของแรงกิริยาและปฏิกิริยากัน แรงทั้งสองนี้จะมีขนาดเท่ากัน และมีทิศทางตรงกันข้าม อย่างไรก็ตามงานที่กระทำโดยแรงกิริยาและแรงปฏิกิริยาคู่นี้จะไม่หักล้างกันพอดี เนื่องจากเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาค i และ j แตกต่างกัน

อย่างไรก็ตามในบางกรณีต่อไปนี้ งานจากแรงภายในของคู่แรงกิริยาและปฏิกิริยาจะหักล้างกันได้

1. การเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็งแบบเลื่อนที่ ซึ่งเส้นทางการเคลื่อนที่ของทุกๆ อนุภาคจะเป็นเช่นเดียวกัน
2. อนุภาคเชื่อมต่อกันด้วยเคเบิลที่ไม่สามารถยืดได้ และเคลื่อนที่ในระบบที่ไม่มีแรงเสียดทาน (หรือละแรงเสียดทาน) เช่น ระบบที่ประกอบด้วยมวลและเชื่อมกันด้วยรอก



รูปที่ 8 แรงคู่กิริยาและปฏิกิริยาของอนุภาคในระบบอนุภาคและเส้นทางการเคลื่อนที่

3/8 กำลังและประสิทธิภาพ

กำลังเป็นปริมาณสเกลาร์ ที่แสดงปริมาณงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา จากนิยามนี้จะสามารถเขียนสมการของกำลัง P ได้ดังนี้

$$P = \frac{dU}{dt} \tag{14}$$

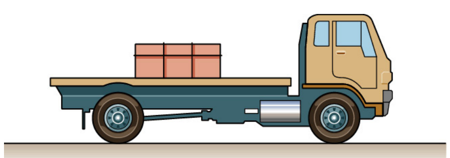
และจากความสัมพันธ์ของงานแรงและการขจัดจะได้

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{\bar{F} \cdot d\bar{r}}{dt} = F \cdot \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{F} \cdot \bar{v} \tag{15}$$

ประสิทธิภาพเป็นปริมาณสเกลาร์ แสดงถึงสัดส่วนของกำลังขาออกส่วนด้วยกำลังขาเข้า หรือเท่ากับพลังงานขาออกหารด้วยพลังงานขาเข้าดังสมการ

$$\varepsilon = \frac{\text{Power output}}{\text{Power input}} = \frac{\text{Energy output}}{\text{Energy input}} \tag{16}$$

ในบางครั้งประสิทธิภาพอาจบอกเป็นเปอร์เซ็นต์ โดยคูณ 100 เข้าไปในสมการที่ (16) จะเห็นว่าประสิทธิภาพจะมีค่าน้อยกว่า 1 หรือน้อยกว่า 100% เสมอ



3/7 The flatbed truck, which carries an 80-kg crate, starts from rest and attains a speed of 72 km/h in a distance of 75 m on a level road with constant acceleration. Calculate the work done by the friction force acting on the crate during this interval if the static and kinetic coefficients of friction between the crate and the truck bed are (a) 0.30 and 0.28, respectively, or (b) 0.25 and 0.2 respectively.

[Engineering Mechanics Dynamics 5th edition, Meriam & Kraige, Ex.3/12]

วิธีทำ

เนื่องจากรู้ข้อมูลความเร็ว และระยะทางที่รถบรรทุกเคลื่อนที่ได้ จึงหาความเร่งของรถบรรทุก a_T ก่อนดังนี้

$$[vdv = ads] \qquad \int_0^{72/3.6} vdv = \int_0^{75} a_T ds$$

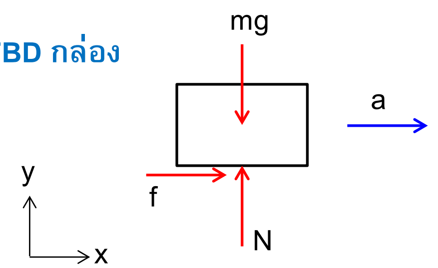
$$\left(\frac{v^2}{2}\right)_0^{72/3.6} = a_T(75) \quad \Rightarrow \quad a_T = 2.67\ \text{m/s}^2$$

เมื่อพิจารณาที่กล่องจะพบว่าเป็นไปได้ 2 กรณี คือ

1. กล่องติดกับรถ ไม่มีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างกัน ในกรณีนี้ ความเร่งของกล่องจะเท่ากับรถบรรทุก

2. กล่องไถลบนพื้นรถ โดยเลื่อนไปทางท้ายรถ ในกรณีนี้ความเร่งของกล่องจะน้อยกว่าความเร่งของรถบรรทุก

FBD กล่อง



จาก FBD ของกล่องจะได้

$$\left[\sum F_y = 0\right] \qquad N - mg = 0 \;\Rightarrow\; N = mg \qquad (1)$$

$$\left[\sum F_x = ma_x\right] \qquad f = ma \qquad (2)$$

(a) $\mu_s = 0.3$, $\mu_k = 0.28$

เนื่องจากไม่ทราบว่าการเคลื่อนที่เป็นไปตามกรณีที่ 1 หรือ 2 จะสมมุติให้เป็นกรณีที่ 1 ก่อน

โดยหากเป็นไปตามกรณีที่ 1 แล้ว จะต้องคำนวณได้ว่า ความเร่งของกล่องเท่ากับความเร่งของรถบรรทุก และแรงเสียดทานระหว่างกล่องกับรถบรรทุกต้องน้อยกว่าแรงเสียดทานสูงสุดที่จะเกิดได้ หรือ $f \le F_{s\max} = \mu_s N$

จากสมการ (2) $\qquad f = ma = ma_T = 80(2.67) = 213 \text{ N}$

ตรวจสอบ $F_{s\max}$ $\qquad F_{s\max} = \mu_s N = \mu_s mg = 0.3(80)(9.81) = 235 \text{ N}$

ในกรณีนี้จะเห็นว่า $f \le F_{s\max}$ ดังนั้นกล่องจะติดไปกับรถบรรทุก ระยะทางที่กล่องเคลื่อนที่จึงเท่ากับระยะทางที่รถบรรทุกเคลื่อนที่

งานจากแรงเสียดทาน $\quad U_{1-2} = fs = (213)(75) = 16000 \text{ J}$ หรือเท่ากับ 16 kJ ANS

ในกรณีนี้งานจากแรงเสียดทานมีค่าเป็นบวก เนื่องจากทิศทางของแรงมีทิศเดียวกับทิศทางการเคลื่อนที่ของกล่อง คือไปทางด้านหน้า

(b) $\mu_s = 0.25$, $\mu_k = 0.2$

ในกรณีนี้ $\qquad F_{s\max} = \mu_s N = \mu_s mg = 0.25(80)(9.81) = 196.2 \text{ N}$

ตามข้อ (a) จะเห็นว่าการที่กล่องจะติดกับรถไปได้นั้นจะต้องมีแรงเสียดทาน 213 N แต่ในกรณีนี้แรงเสียดทานสูงสุดเกิดได้เพียง 196.2 N ดังนั้นในกรณีนี้กล่องจึงไถลบนพื้นรถ ความเร่งของกล่องจึงไม่เท่ากับความเร่งของรถบรรทุกด้วย

กรณีนี้แรงเสียดทานหาได้จาก $\quad f = \mu_k N = \mu_k mg = 0.2(80)(9.81) = 157.0 \text{ N}$

ความเร่งของกล่องหาได้จาก สมการ (2)

$\left[\sum F_x = ma_x\right]$ $\quad f = ma \Rightarrow 157 = 80a$

$a = 1.962 \text{ m/s}^2$

เมื่อกล่องไถลบนพื้นรถแล้ว ระยะเคลื่อนที่ของกล่องจึงไม่เท่ากับ 75 m ซึ่งเป็นระยะการเคลื่อนที่ของรถบรรทุก จึงต้องหาระยะการเคลื่อนที่ของกล่องก่อน

เนื่องจากการเคลื่อนที่ในข้อนี้มีความเร่งคงที่ ดังนั้นจะหาความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง เวลา และความเร่งได้จาก $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ แต่เนื่องจากความเร็วต้นของการเคลื่อนที่ = 0 ดังนั้น $s = \frac{1}{2}at^2$

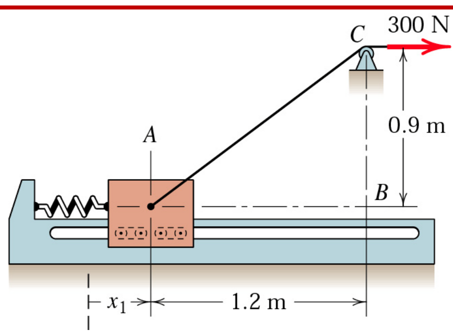
สำหรับรถบรรทุก $\quad s_T = \frac{1}{2}a_T t^2 \quad$ (3)

สำหรับกล่อง $\quad s_c = \frac{1}{2}a_c t^2 \quad$ (4)

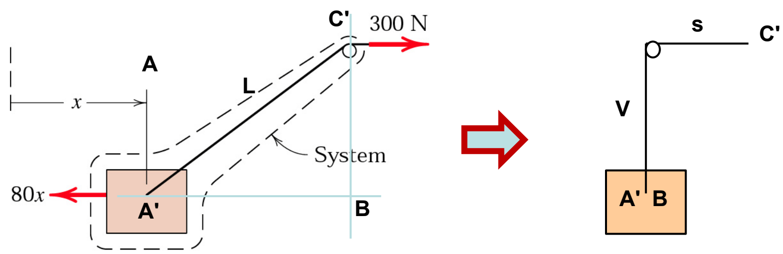
(4)/(3) จะได้ $\quad \frac{s_c}{s_T} = \frac{a_c}{a_T} \Rightarrow s_c = 75 \times \frac{1.962}{2.67} = 55.2 \text{ m}$

งานจากแรงเสียดทาน $U_{1-2} = fs = (157)(55.2) = 8660 \text{ J}$ หรือเท่ากับ 8.66 kJ ANS

ในกรณีนี้งานจากแรงเสียดทานก็มีค่าเป็นบวกเช่นกัน เนื่องจากทิศทางของแรงเสียดทานเป็นทิศทางเดียวกับทิศทางการเคลื่อนที่ของกล่อง



3/8 The 50-kg block at *A* is mounted on rollers so that it moves along the fixed horizontal rail with negligible friction under the action of the constant 300-N force in the cable. The block is released from rest at *A*, with the spring to which it is attached extended an initial amount x_1 = 0.233 m. The spring has a stiffness k = 80 N/m. Calculate the velocity v of the block as it reaches position *B*. [Engineering Mechanics Dynamics 5th edition, Meriam & Kraige, Ex.3/13]



รูปด้านบนทางด้านซ้ายแสดงถึงแรงที่กระทำกับระบบ ในที่นี้ไม่ได้แสดงแรงในแนวดิ่งซึ่งได้แก่แรง mg และแรงปฏิกิริยา N เนื่องจากแรงทั้งสองสมดุลกัน และตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ตลอดเวลา จึงไม่ทำให้เกิดงานขึ้น โดยงานจะเกิดจากแรง 300 N และแรงจากสปริงในรูปเท่านั้น

$$[U_{1-2} = \Delta T] \qquad U_{\text{spring}} + U_{300\text{ N}} + U_{\text{mg}} + U_{\text{N}} = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$U_{\text{spring}} + U_{300\text{ N}} = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \qquad (1)$$

<u>งานจากสปริง</u> เนื่องจากในกรณีนี้เป็นงานที่กระทำกับวัตถุที่ติดอยู่กับสปริง ดังนั้นในการคำนวณงานจึงต้องใส่เครื่องหมายลบไว้ข้างหน้าด้วย

$$U_{\text{spring}} = -\int F dx = -\int_{0.233}^{0.233+1.2} 80x\,dx = \left(-40x^2\right)_{0.233}^{1.433} = -80 \text{ J}$$

งานจากสปริง อาจพิจารณาว่าเป็นบวกหรือลบได้ โดยอาศัยหลักที่ว่าแรงที่กระทำโดยสปริงมีทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ หรือทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ สำหรับกรณีนี้งานจากแรงสปริงมีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของมวล ดังนั้นคำนวณออกมาจึงต้องมีค่าเป็นลบ

<u>งานจากแรง 300 N</u> งานจากแรงนี้หาได้โดยเอาขนาดของแรงคูณด้วยระยะที่แรงเคลื่อนที่ได้ โดยระยะที่แรงเคลื่อนที่ได้สามารถพิจารณาได้ดังนี้

ในตำแหน่งแรก วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง A จุด A' และ C' ในรูปคือจุดที่อยู่บนเส้นเชือกและทับกับจุด A และจุด C ในตำแหน่งแรก เมื่อดึงวัตถุถึงตำแหน่ง B ในรูปด้านขวามือแล้ว จะพบว่า จุด A' จะเลื่อนมาที่จุด B ส่วนจุด C' จะเคลื่อนที่ไปทางขวามือเป็นระยะ s ซึ่งระยะ s นี้เป็นระยะที่แรง 300 N เคลื่อนที่

จากรูปความยาวเชือก จากจุด A' ไป C' เท่ากับ $L = V + s$

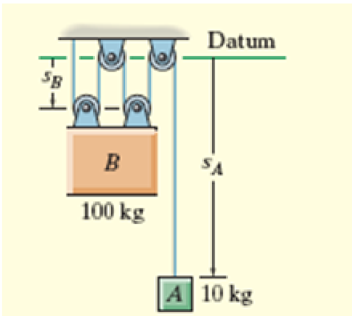
ดังนั้นระยะที่แรงเคลื่อนที่ $\quad s = L - V = \sqrt{(1.2^2 + 0.9^2)} - 0.9 = 0.6 \text{ m}$

งานจากแรง 300 N $\quad U_{300\text{ N}} = Fs = 300(0.6) = 180 \text{ J}$

แทนงานจากสปริงและแรง ในสมการ (1) ได้ $\quad -80 + 180 = \frac{1}{2}50(v_B^2 - 0)$

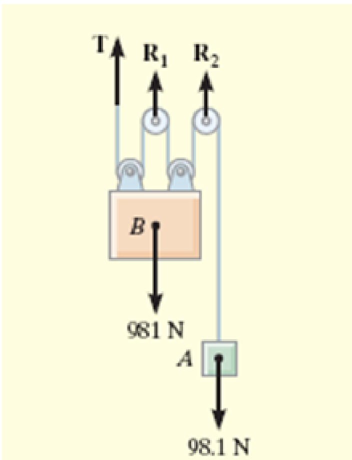
$$v_B = 2 \text{ m/s}$$

<u>ANS</u>



3/9 The blocks *A* and *B* have a mass of 10 kg and 100 kg, respectively. Determine the distance *B* travels from the point where it is released from rest to the point where its speed becomes 2 m/s.

[Engineering Mechanics Dynamics 12th edition, Hibbeler, Ex.14/6]



จากโจทย์ พิจารณาระบบและแรงที่กระทำกับระบบดังรูป

จากรูปจะเห็นว่าแรงจากน้ำหนักของมวล A และ B ทำให้เกิดงานเนื่องจากมวลมีการเคลื่อนที่ แต่แรง T, R_1 และ R_2 ไม่ทำให้เกิดงานเนื่องจากตำแหน่งที่แรงกระทำไม่มีการเคลื่อนที่

$[U_{1-2} = \Delta T]$

$$U_{98.1\,\mathrm{N}} + U_{981\,\mathrm{N}} = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2 - \frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 - \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2$$

$$98.1\Delta s_A + 981\Delta s_B = \frac{1}{2}(10)v_{A2}^2 + \frac{1}{2}(100)2^2 - 0 - 0$$

เนื่องจากระยะการเคลื่อนที่ของมวลทั้ง 2 ก้อนมีความสัมพันธ์กัน จึงต้องหาความสัมพันธ์นี้ก่อน

จากรูปโจทย์ จะได้ว่าความยาวเชือก $L = s_A + 4s_B$

ดังนั้นจะได้ $0 = \Delta s_A + 4\Delta s_B$ หรือ $\Delta s_A = -4\Delta s_B$

และ $v_A = -4v_B$

แทนความสัมพันธ์ทั้งหมดลงในสมการงานพลังงาน จะได้

$$98.1(-4\Delta s_B) + 981\Delta s_B = \frac{1}{2}(10)(-4\times 2)^2 + \frac{1}{2}(100)2^2$$

$$\Delta s_B = 0.883\ \mathrm{m}$$ ANS

3/9 แรงอนุรักษ์และพลังงานศักย์

จากหัวข้อ 3/5 งานจากแรงประเภทต่างๆ พบว่า งานจากแรงบางชนิดจะไม่ขึ้นอยู่กับเส้นทางการเคลื่อนที่ แต่ขึ้นอยู่เพียงแค่ตำแหน่งของวัตถุ แรงที่มีพฤติกรรมเช่นนี้เรียกว่าแรงอนุรักษ์ (Conservative forces) ตัวอย่างของแรงอนุรักษ์ได้แก่ น้ำหนัก และแรงสปริง ซึ่งจะเห็นว่างานของแรงทั้งสองชนิดนี้จะขึ้นกับตำแหน่งเพียงอย่างเดียว สำหรับแรงที่ทำให้เกิดงาน แต่งานที่เกิดขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ด้วย จะเรียกแรงนั้นว่าแรงไม่อนุรักษ์ (Nonconservative forces) ตัวอย่างของแรงไม่อนุรักษ์ ได้แก่ แรงเสียดทาน ซึ่งจะพบว่าหากเส้นทางการเคลื่อนที่ยาวกว่า งานเนื่องจากแรงเสียดทานก็จะมากกว่างานที่เกิดในเส้นทางที่สั้นกว่า

พลังงานศักย์ (Potential Energy)

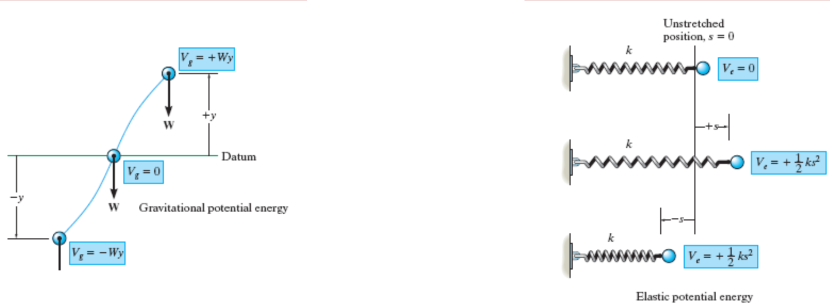
พลังงานหมายถึงความสามารถที่จะทำงาน ส่วนพลังงานศักย์หมายถึงปริมาณงานที่แรงอนุรักษ์จะสามารถทำได้ เมื่อวัตถุที่แรงนี้กระทำเคลื่อนที่จากตำแหน่งที่กำหนดกลับสู่ตำแหน่งอ้างอิง (Datum) พลังงานศักย์อาจเขียนแทนด้วย P.E. หรือ V

1. <u>พลังงานศักย์โน้มถ่วง</u>

พิจารณากรณีของงานจากน้ำหนักทางด้านซ้ายมือของรูปที่ 9 กำหนดให้ตำแหน่งอ้างอิงแสดงโดยเส้นแนวระดับ จะเห็นว่าหากวัตถุเคลื่อนไปอยู่ที่ตำแหน่งที่สูงกว่าตำแหน่งอ้างอิงแล้ว เมื่อปล่อยวัตถุ วัตถุจะตกลงมาที่ตำแหน่งอ้างอิงได้ แสดงให้เห็นว่าที่ตำแหน่งสูงกว่าตำแหน่งอ้างอิงวัตถุจะมีความสามารถที่จะทำงานเพื่อให้วัตถุกลับเข้าตำแหน่งอ้างอิง ซึ่งความสามารถในการทำงานที่กล่าวถึงก็คือพลังงานศักย์นั่นเอง สำหรับพลังงานศักย์ซึ่งเกิดจากน้ำหนักนี้จะเรียกว่าพลังงานศักย์โน้มถ่วง โดยขนาดของงานหรือขนาดของพลังงานศักย์โน้มถ่วงหาได้จาก

$$V_g = U = Wy = mgy \tag{17}$$

Gravitational P.E. **Elastic P.E.**



$$V_g = Wy = mgy$$

$$V_e = \frac{1}{2}ks^2$$ (always positive)

รูปที่ 9 พลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานศักย์สปริง

ในทางกลับกันหากวัตถุเคลื่อนไปอยู่ที่ตำแหน่งต่ำกว่าตำแหน่งอ้างอิงแล้ว เมื่อปล่อยวัตถุ วัตถุไม่สามารถจะกลับไปสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่สูงกว่าได้เอง การที่จะทำให้วัตถุกลับไปตำแหน่งอ้างอิงได้จะต้องใส่พลังงานภายนอกเข้าไป ในกรณีนี้พลังงานศักย์โน้มถ่วงจึงมีค่าเป็นลบเพราะทำงานเองไม่ได้ โดยขนาดพลังงานศักย์หาได้จาก $V_g = U = -Wy = -mgy$

เมื่อเปรียบเทียบพลังงานศักย์โน้มถ่วงกับงานจากน้ำหนักที่ทำเพื่อวัตถุไปอยู่ในตำแหน่งที่กำหนดแล้วจะพบว่ามีขนาดเท่ากันแต่มีเครื่องหมายบวกลบตรงกันข้ามกัน ดังสมการ

P.E. = -(the work of a weight) (18)

เช่น ที่ตำแหน่งสูงกว่าตำแหน่งอ้างอิง พลังงานศักย์โน้มถ่วงมีค่าเป็นบวก แต่งานจากน้ำหนักเพื่อทำให้วัตถุจากตำแหน่งอ้างอิงเคลื่อนไปอยู่ที่ตำแหน่งสูงกว่าจะมีค่าเป็นลบ

2. <u>พลังงานศักย์สปริง</u>

รูปที่ 9 ทางด้านขวามือแสดงงานจากสปริง โดยตำแหน่งอ้างอิงในกรณีนี้คือตำแหน่งที่สปริงไม่มีการยืดหด จะเห็นว่าไม่ว่าสปริงจะยืดหรือหดก็ตามเมื่อปล่อยสปริง สปริงก็สามารถจะกลับไปสู่ที่ตำแหน่งอ้างอิงได้เสมอ ดังนั้นในกรณีนี้พลังงานศักย์ ซึ่งเรียกว่าพลังงานศักย์สปริงจึงมีค่าเป็นบวกเสมอ โดยขนาดของพลังงานศักย์สปริงหาได้จาก

$$V_e = U = -\int_s^0 F_s\,ds = \frac{1}{2}ks^2 \qquad (19)$$

เมื่อเปรียบเทียบพลังงานศักย์สปริงกับงานจากแรงสปริงที่กระทำบนวัตถุ เพื่อทำให้วัตถุเคลื่อนจากตำแหน่งอ้างอิงไปอยู่ในตำแหน่งที่กำหนดแล้ว จะพบว่ามีขนาดเท่ากันแต่มีเครื่องหมายบวกลบตรงข้ามกันเช่นเดียวกับกรณีของพลังงานศักย์โน้มถ่วงในสมการที่ (18) ดังแสดงด้วยสมการ

P.E. = -(the work of a spring force exerted on the particle) (20)

3/9 สมการของงานพลังงานเมื่อพิจารณาแยกผลของพลังงานศักย์

ในหัวข้อที่ 3/6 ได้กล่าวถึงสมการของงานพลังงานไปแล้วครั้งหนึ่ง ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเขียนสมการดังกล่าวในอีกรูปแบบหนึ่ง โดยแยกส่วนของงานจากแรงอนุรักษ์ หรือพลังงานศักย์ออกมา พิจารณาสมการที่ (10) อีกครั้งดังนี้

$$U_{1-2} = T_2 - T_1 = \Delta T$$

ในสมการที่ (10) งาน U_{1-2} เป็นงานจากแรงลัพธ์ หรือกล่าวได้ว่าแรงที่กระทำทุกๆ แรงจะต้องถูกนำมาคิดเป็นงาน แรงที่กระทำนี้ประกอบด้วยแรงอนุรักษ์และแรงไม่อนุรักษ์ หากแยกงานจากแรงอนุรักษ์ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าลบของพลังงานศักย์ตามสมการที่ (18) และ (20) ออกมา สมการที่ (10) จะเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$U'_{1-2} + (-\Delta V_g) + (-\Delta V_e) = \Delta T$$

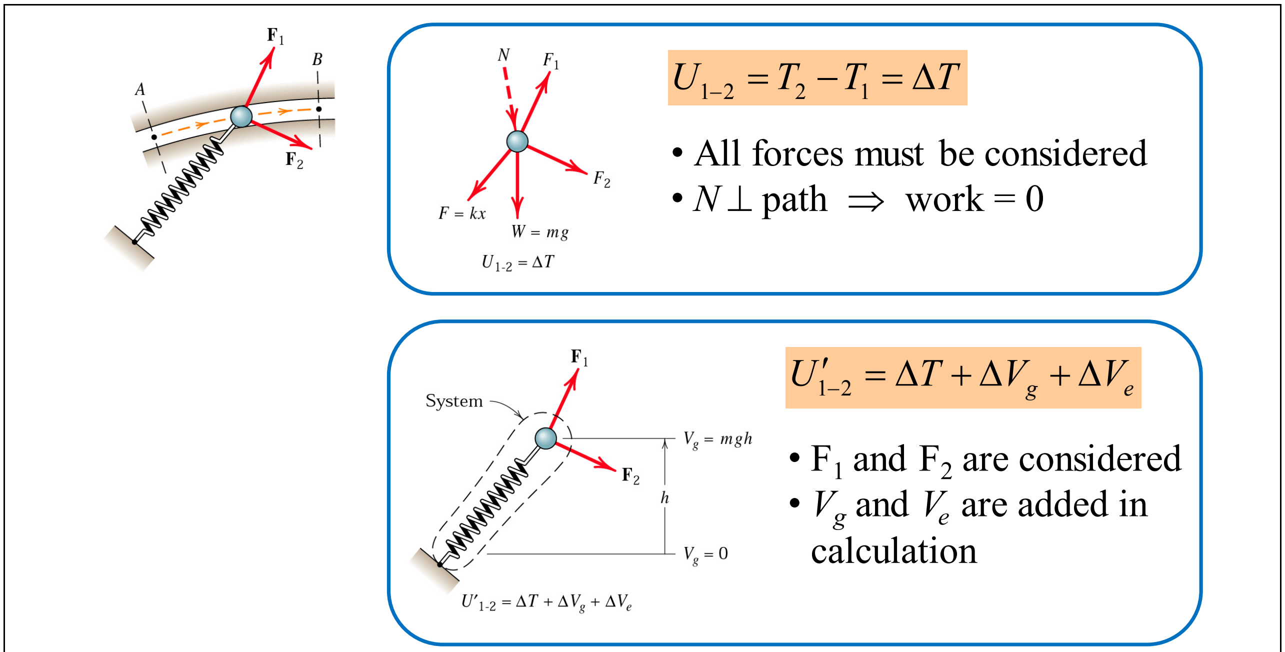
หรือ

$$U'_{1-2} = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e \qquad (21)$$

หรือ $$\left(T_1+V_{g1}+V_{e1}\right)+U'_{1-2}=\left(T_2+V_{g2}+V_{e2}\right) \qquad (22)$$

โดย U'_{1-2} คืองานจากแรงอื่นๆ นอกเหนือจากแรงจากน้ำหนักและแรงสปริง

รูปที่ 10 แสดงความแตกต่างของการใช้งานสมการที่ (10) กับสมการที่ (21) หรือ (22) จากรูปวัตถุติดอยู่กับสปริงเคลื่อนที่ตามร่องจากจุด A ไปยังจุด B ในกรณีที่ใช้สมการที่ (10) ซึ่งแสดงในกรอบด้านบน งาน U_{1-2} เป็นงานจากแรงลัพธ์ ดังนั้นแรงทั้งหมดต้องนำมาคิดงาน โดยแรง N ซึ่งตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ตลอดเวลาจะให้งานเท่ากับศูนย์ แต่หากใช้สมการที่ (21) หรือ (22) ในการคำนวณ จะพิจารณาเพียงแค่แรง F_1, F_2 โดยแรง N ไม่ทำให้เกิดงานเท่านั้น แรงจากน้ำหนัก และแรงสปริงจะไม่นำมาคิดงาน แต่จะถูกรวมไว้ในส่วนของพลังงานศักย์โน้มถ่วงและพลังงานศักย์สปริงแทน ผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากสมการทั้ง 2 รูปแบบจะเป็นเช่นเดียวกัน



รูปที่ 10 การคำนวณโดยใช้สมการพลังงาน

3/10 พลังงานกลและกฎการอนุรักษ์พลังงาน

จากสมการที่ (22) จะเห็นว่าเทอมในวงเล็บเป็นเทอมที่แสดงถึงพลังงานทั้งหมด ซึ่งรวมทั้งพลังงานจลน์ พลังงานศักย์โน้มถ่วง และพลังงานศักย์สปริงในขณะนั้นๆ ผลรวมของพลังงานนี้เรียกว่า พลังงานกลของอนุภาค (Total mechanical energy of the particle) หรืออาจเขียนแทนได้ดังสมการ

$$E=T+V_g+V_e \qquad (23)$$

จากนิยามพลังงานกลนี้ ทำให้อาจเขียนสมการที่ (21) และ (22) ได้ดังนี้

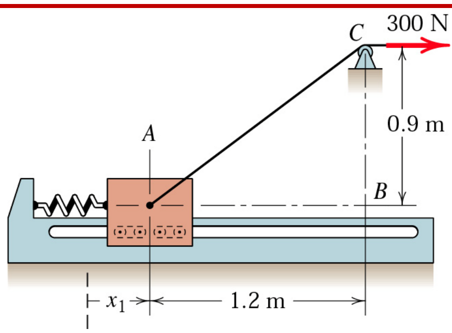
$$U'_{1-2} = \Delta E \tag{24}$$

และ
$$E_1 + U'_{1-2} = E_2 \tag{25}$$

ในกรณีที่การเคลื่อนที่ของระบบไม่มีงานจากแรงภายนอกกระทำ มีเพียงแค่ผลจากแรงโน้มถ่วงและสปริงเท่านั้น สมการที่ (24) และ (25) จะกลายเป็น

$$\Delta E = 0 \qquad \text{หรือ} \qquad E = \text{Constant} \tag{26}$$

หรืออาจกล่าวว่า พลังงานกลในระบบจะมีค่าคงที่เมื่อไม่มีงานจากแรงภายนอกใส่เข้ามาในระบบ หลักการนี้เรียกว่ากฎการอนุรักษ์พลังงานนั่นเอง อย่างไรก็ตามการที่พลังงานในระบบมีค่าคงที่ ไม่ได้หมายความว่าพลังงานจลน์หรือพลังงานศักย์จะมีค่าคงที่ตลอดเวลา พลังงานจลน์อาจจะเปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงานศักย์ หรือพลังงานศักย์อาจเปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงานจลน์ก็ได้ เพียงแต่ว่าผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์จะมีค่าคงที่เท่านั้น



3/10 (3/8) The 50-kg block at *A* is mounted on rollers so that it moves along the fixed horizontal rail with negligible friction under the action of the constant 300-N force in the cable. The block is released from rest at *A*, with the spring to which it is attached extended an initial amount x_1 = 0.233 m. The spring has a stiffness k = 80 N/m. Calculate the velocity v of the block as it reaches position *B*. [Engineering Mechanics Dynamics 5th edition, Meriam & Kraige, Ex.3/13]

ตัวอย่างนี้จะแสดงการทำตัวอย่าง 3/8 อีกครั้ง แต่จะใช้สมการงานพลังงานอีกรูปแบบหนึ่ง

จาก $\quad (T_1 + V_{g1} + V_{e1}) + U'_{1-2} = (T_2 + V_{g2} + V_{e2})$

แรงที่กระทำในข้อนี้มีเพียงแรง 300 N เพียงแรงเดียว ส่วนแรง N ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ไม่ทำให้เกิดงาน

ดังนั้น U'_{1-2} ในกรณีนี้จึงเป็นงานจากแรง 300 N เท่านั้น

กำหนดให้ระดับอ้างอิงคือระดับ เส้นประแนวระดับในรูป ดังนั้นมวลจึงเคลื่อนที่อยู่ในแนวระดับตลอดเวลา

<u>ตำแหน่งที่ 1</u>

$T_1 = 0$ (ไม่มีการเคลื่อนที่)

$V_{g1} = 0$ (อยู่ที่ระดับอ้างอิง)

$$V_{e1} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(80)(0.233)^2 \text{ J}$$

$U'_{1-2} = U_{300\,\text{N}} = Fs = 300(0.6) = 180\ \text{J}$ (การหาระยะที่แรงเคลื่อนที่ดูได้จากตัวอย่าง 3/8)

ตำแหน่งที่ 2

$$T_2 = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}(50)v_B^2$$

$V_{g2} = 0$ (อยู่ที่ระดับอ้างอิง)

$$V_{e2} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(80)(0.233+1.2)^2$$

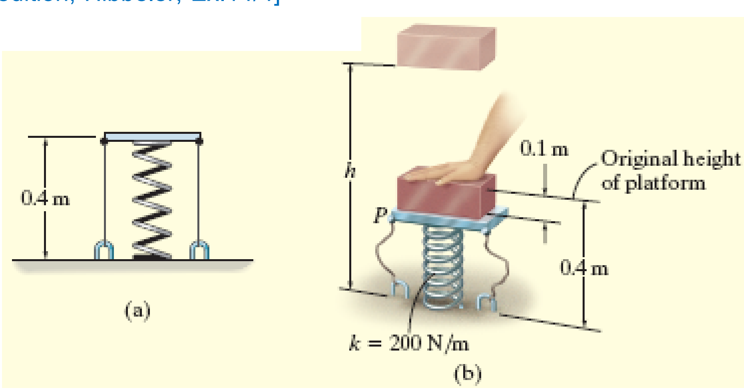
แทนค่าทั้งหมดในสมการงานพลังงานจะได้

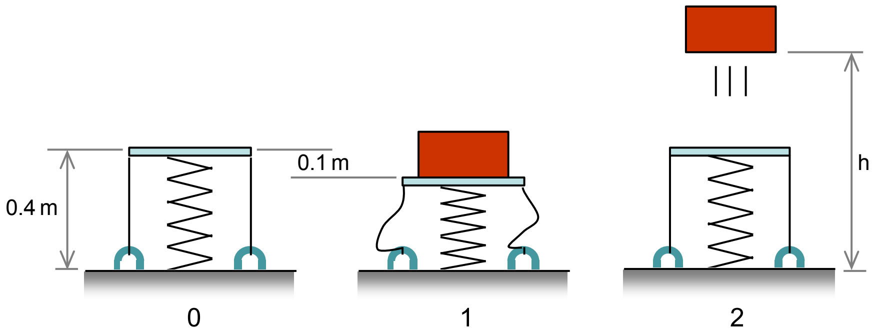
$$\left(0+0+\frac{1}{2}(80)(0.233)^2\right)+180 = \left(\frac{1}{2}(50)v_B^2 + 0 + \frac{1}{2}(80)(1.433)^2\right)$$

จะเห็นว่ารูปแบบสมการนี้จะเหมือนกับที่แสดงไว้ในตัวอย่าง 3/8

ดังนั้นจึงได้ $v_B = 2\ \text{m/s}$ ANS

3/11 The platform *P* has negligible mass and is tied down so that the 0.4-m-long cords keep a 1-m-long spring compressed 0.6 m when nothing is on the platform. If a 2-kg block is placed on the platform and released from rest after the platform is pushed down 0.1 m, determine the maximum height *h* the block rises in the air, measured from the ground. [Engineering Mechanics Dynamics 12th edition, Hibbeler, Ex.14/4]





จากโจทย์ ในตำแหน่งที่ 0 สปริงหดลงไป 0.6 m และในตำแหน่งที่ 1 เมื่อกดมวลลงไปอีก 0.1 m จะทำให้ทราบว่าก่อนปล่อยมวล สปริงจะหดลงไป 0.7 m

กำหนดให้ระดับอ้างอิงคือระดับ ระดับพื้น

จาก $$\left(T_1 + V_{g1} + V_{e1}\right) + U'_{1-2} = \left(T_2 + V_{g2} + V_{e2}\right)$$

ในข้อนี้เมื่อปล่อยมวลออกจากตำแหน่งที่ 1 ถึงตำแหน่งที่ 2 ซึ่งมวลลอยสูงที่สุด จะไม่มีแรงภายนอกมากระทำ ดังนั้น U'_{1-2} ในกรณีนี้จึงมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นสมการจึงเขียนได้ว่า

$$\left(T_1 + V_{g1} + V_{e1}\right) = \left(T_2 + V_{g2} + V_{e2}\right)$$

<u>ตำแหน่งที่ 1</u>

$T_1 = 0$ (ไม่มีการเคลื่อนที่)

$V_{g1} = mgh_1 = (2)(9.81)(0.3)$

$V_{e1} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(200)(0.7)^2$ J

<u>ตำแหน่งที่ 2</u>

$T_2 = 0$ (ที่ตำแหน่งสูงสุด ความเร็วการเคลื่อนที่เท่ากับศูนย์)

$V_{g2} = mgh_2 = (2)(9.81)h_2$

$V_{e2} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(200)(0.6)^2$

แทนค่าทั้งหมดในสมการงานพลังงานจะได้

$$\left(0 + 2(9.81)(0.3) + \frac{1}{2}(200)(0.7)^2\right) = \left(0 + 2(9.81)h_2 + \frac{1}{2}(200)(0.6)^2\right)$$

ดังนั้นจึงได้ $h = h_2 = 0.963\text{ m}$ <u>ANS</u>