สถิตยศาสตร์ (Statics)

บทที่ 1 บทนำ

1/1 กลศาสตร์ (Mechanics)

กลศาสตร์ เป็นวิทยาศาสตร์กายภาพที่เกี่ยวข้องกับแรงและผลของแรงบนวัตถุ ถึงแม้ว่าหลักการของวิชากลศาสตร์จะมีไม่มาก แต่ก็สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาหลากหลายในทางวิศวกรรมได้ เช่น การสั่นสะเทือน เสถียรภาพและความแข็งแรงของโครงสร้างหรือเครื่องจักร หุ่นยนต์ การออกแบบควบคุมรถยนต์ ยานอวกาศ เครื่องยนต์ การไหลของของไหล เครื่องจักรกลทางไฟฟ้า หรือแม้แต่ แรงในระดับอะตอม เป็นต้น ดังนั้นการเข้าใจถึงหลักการของวิชากลศาสตร์ จึงเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาวิชาอื่นๆ ในทางวิศวกรรมต่อไป

กลศาสตร์ สามารถแบ่งออกเป็น 2 แขนงใหญ่ๆ ได้แก่ สถิตยศาสตร์ (Statics) ซึ่งพิจารณาถึงสมดุลของวัตถุภายใต้แรงกระทำต่างๆ และ พลศาสตร์ (Dynamics) ซึ่งพิจารณาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ

1/2 แนวคิดพื้นฐาน

ก่อนที่จะศึกษาวิชากลศาสตร์ จำเป็นที่จะต้องเข้าใจแนวคิด และคำจำกัดความพื้นฐานดังนี้

สเปซ (Space) คือพื้นที่ ซึ่งบรรจุวัตถุไว้ ตำแหน่งของวัตถุสามารถบอกได้เป็นพิกัด โดยวัดอ้างอิงกับระบบพิกัดแบบต่างๆ เช่น ปัญหาสามมิติ วัดเป็น x-y-z หรือ r-θ-z ปัญหาสองมิติ วัดเป็น x-y หรือ r-θ เป็นต้น สำหรับปัญหาสามมิติ พิกัด 3 ตัว ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน จำเป็นต้องใช้ในการบอกพิกัด ส่วนปัญหาสองมิติ จำเป็นต้องใช้พิกัดเพียง 2 ตัว ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน ในการบอกพิกัด

เวลา (Time) คือการวัดความต่อเนื่องของเหตุการณ์ “เวลา” เป็นปริมาณพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาพลศาสตร์ แต่ไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงในการพิจารณาปัญหาสถิตยศาสตร์

มวล (Mass) คือปริมาณความเฉื่อยของวัตถุ เป็นตัวบอกถึงความต้านทานการเปลี่ยนแปลงความเร็วของวัตถุ มวลยังอาจพิจารณาอีกด้านหนึ่งได้เป็น ปริมาณของสสารที่อยู่ในวัตถุ สำหรับมวล 2 ชิ้น จะมีแรงดึงดูดระหว่างกันเกิดขึ้นเสมอ ขนาดของแรงดึงดูดนี้จะขึ้นอยู่กับขนาดของมวล โดยถ้ามวลขนาดใหญ่จะมีแรงดึงดูดมาก

แรง (Force) เป็นการกระทำของวัตถุหนึ่งต่อวัตถุอื่นๆ วัตถุที่ได้รับแรงกระทำ จะเกิดการเคลื่อนที่ไปตามทิศทางที่แรงกระทำ เนื่องจากขนาด ทิศทาง และตำแหน่งที่แรงกระทำ มีความสำคัญต่อวัตถุที่ได้รับแรง ดังนั้นแรงจึงเป็นปริมาณที่ต้องคำนึงทั้งขนาด และทิศทาง ซึ่งเรียกว่า “ปริมาณเวคเตอร์” คุณสมบัติของปริมาณเวคเตอร์จะได้กล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

อนุภาค (Particle) คือวัตถุที่ขนาดถูกพิจารณาว่าไม่มีความสำคัญ ในทางคณิตศาสตร์ อนุภาค หมายถึงวัตถุที่มีขนาดเล็กมากๆ เปรียบเสมือนเป็นจุด และมวลของอนุภาคทั้งก้อน จะถูกพิจารณาให้รวมอยู่ที่จุดๆ เดียว ในหลายๆ ครั้งอนุภาคอาจจะไม่ได้มีขนาดเล็กก็ได้ วัตถุใดๆ ซึ่งขนาดของมัน ถูกพิจารณาแล้วว่าไม่มีความสำคัญต่อการเคลื่อนที่โดยรวม หรือ ไม่มีความสำคัญต่อการวิเคราะห์แรง จะถูกพิจารณาให้เป็นอนุภาค ตัวอย่างอนุภาคในกรณีนี้เช่น การพิจารณาการเคลื่อนที่ของเครื่องบิน เครื่องบินถือว่าเป็นอนุภาค เนื่องจากขนาดของมันมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับเส้นทางการบิน และการพิจารณาขนาดของเครื่องบินให้เป็นจุด ไม่ส่งผลกระทบต่อการวิเคราะห์ เส้นทางการบินโดยรวม

วัตถุแข็งเกร็ง (Rigid body) คือวัตถุที่ถือว่าไม่มีการเสียรูป หรือมีการเสียรูปน้อยมาก เมื่อมีแรงมากระทำ

1/3 สเกลาร์ และเวคเตอร์

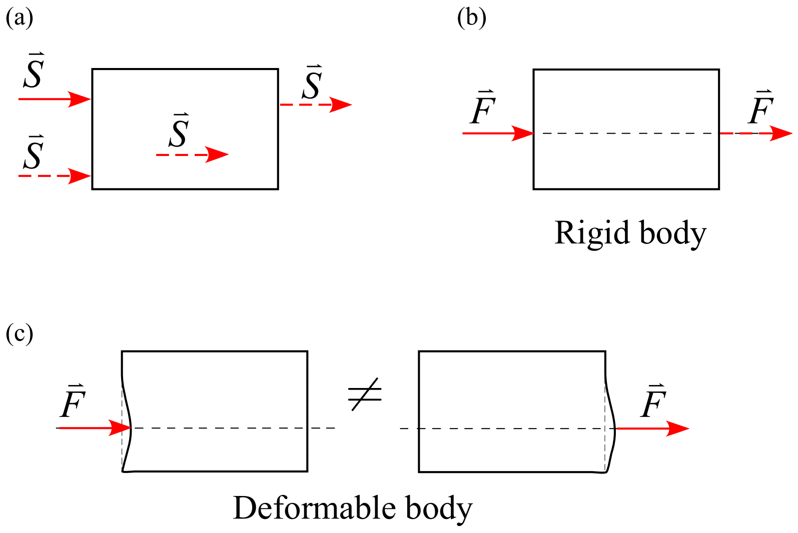
ปริมาณทางฟิสิกส์ สามารถแบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือปริมาณสเกลาร์ และปริมาณเวคเตอร์

ปริมาณสเกลาร์ เป็นปริมาณซึ่งมีแต่ขนาด เช่น เวลา ปริมาตร ความหนาแน่น อัตราเร็ว อัตราเร่ง พลังงาน มวล เป็นต้น

ปริมาณเวคเตอร์ เป็นปริมาณซึ่งมีทั้งขนาด และทิศทาง เช่น การขจัด ความเร็ว ความเร่ง แรง โมเมนต์ โมเมนตัม เป็นต้น

ปริมาณเวคเตอร์ยังสามารถแบ่งย่อยๆ ตามความสำคัญของตำแหน่งได้อีก เป็น 3 ชนิด และแสดงดังรูปที่ 1(a) -1(c) ดังนี้

1. **Free vector** เป็นเวคเตอร์ตามนิยามทางคณิตศาสตร์ คือ สามารถเลื่อนตามแนวเส้นตรง หรือ ย้ายไปตำแหน่งอื่นๆ ได้ โดยจะให้ผลลัพธ์เช่นเดิม ตัวอย่างของ free vector ได้แก่ การขจัดของวัตถุซึ่งเลื่อนที่โดยไม่มีการหมุน ในกรณีนี้ เวคเตอร์การขจัดของตำแหน่งใดๆ บนวัตถุสามารถใช้เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุได้ กล่าวอีกอย่างหนึ่งคือ เวคเตอร์การขจัดสามารถย้ายไปที่ตำแหน่งใดๆ บนวัตถุได้ โดยได้ผลลัพธ์คือแสดงการขจัดได้เท่าเดิม
2. **Sliding vector** เป็นเวคเตอร์ที่สามารถเลื่อนไปมา ตามแนวเส้นตรงได้ โดยไม่ทำให้ผลลัพธ์เปลี่ยนแปลง แต่ไม่สามารถย้ายไปตำแหน่งอื่นๆ ได้ ตัวอย่างของเวคเตอร์ชนิดนี้คือ เวคเตอร์ของแรงที่กระทำต่อวัตถุแข็งเกร็ง จากรูปที่ 1(b) พบว่าไม่ว่าจะออกแรงดัน หรือออกแรงดึงวัตถุ วัตถุจะเคลื่อนที่เหมือนกัน แสดงให้เห็นว่า เวคเตอร์ของแรงสามารถเลื่อนได้
3. **Fixed vector** เป็นเวคเตอร์ที่ไม่สามารถเลื่อนหรือย้ายตำแหน่งได้ จุดที่เวคเตอร์กระทำมีความสำคัญต่อผลลัพธ์ที่ได้ ตัวอย่างของเวคเตอร์ชนิดนี้คือ เวคเตอร์ของแรงที่กระทำกับวัตถุที่เสียรูปได้ เช่น ดินน้ำมัน จะพบว่าแรงที่กดดินน้ำมัน กับแรงที่ดึงดินน้ำมัน แม้แนวแรงจะอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน แต่ก็จะทำให้ดินน้ำมันเสียรูปต่างกัน เนื่องจากการเสียรูปของดินน้ำมันขึ้นกับตำแหน่งของแรงกระทำ ดังนั้นเวคเตอร์ของแรงในกรณีนี้จึงถือว่าเป็น fixed vector



รูปที่ 1 เวคเตอร์ชนิดต่างๆ

ความรู้พื้นฐานของเวคเตอร์

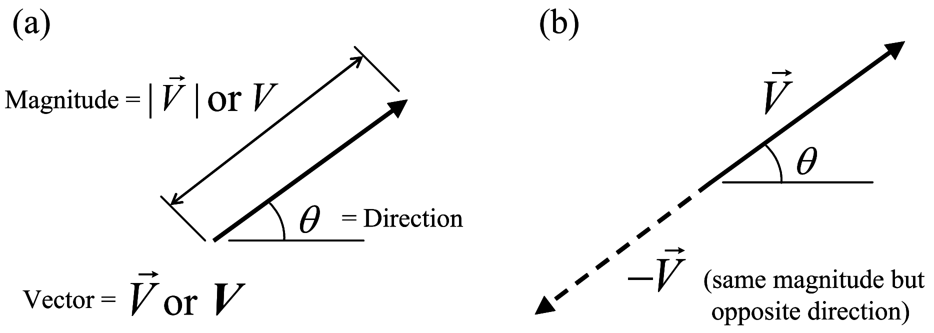
1. **การเขียนเวคเตอร์**

รูปเวคเตอร์สามารถเขียนแทนได้โดยลูกศร ตามแสดงในรูปที่ 2(a) โดย ความยาวของลูกศรแสดงถึงขนาดของเวคเตอร์ และ ทิศทางของหัวลูกศรแสดงถึงทิศทางของเวคเตอร์ การเขียนสัญลักษณ์ของเวคเตอร์ อาจเขียนด้วยอักษรตัวหนา หรือเขียนสัญลักษณ์หัวลูกศรบนตัวอักษร ดังนี้ $\boldsymbol{V}_1$ หรือ $\vec{V}_1$

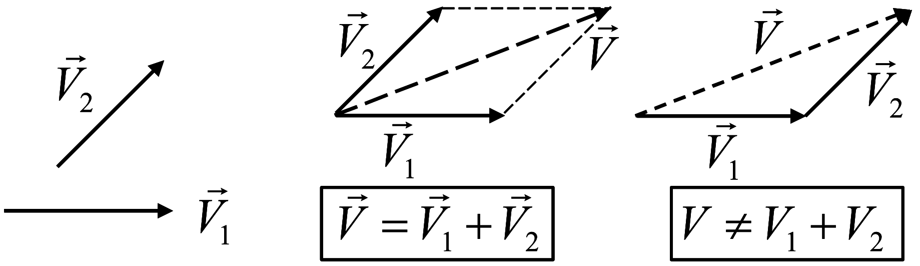
ในกรณีที่เป็นเวคเตอร์ติดลบ ให้เขียนขนาดหัวลูกศรยาวเท่าเดิม แต่ทิศทางตรงกันข้าม ดังแสดงในรูปที่ 2(b)

2. **การบวกเวคเตอร์**

การบวกเวคเตอร์สามารถทำได้โดยต่อเวคเตอร์เข้าด้วยกันโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมด้านขนาน หรือต่อกันแบบหัวต่อหาง ดังแสดงในรูปที่ 3 จากรูปจะพบว่า การบวกแบบเวคเตอร์จะได้ขนาดของเวคเตอร์ลัพธ์ น้อยกว่าหรือเท่ากับการบวกขนาดของแต่ละเวคเตอร์เข้าด้วยกันตรงๆ (การบวกแบบสเกลาร์)



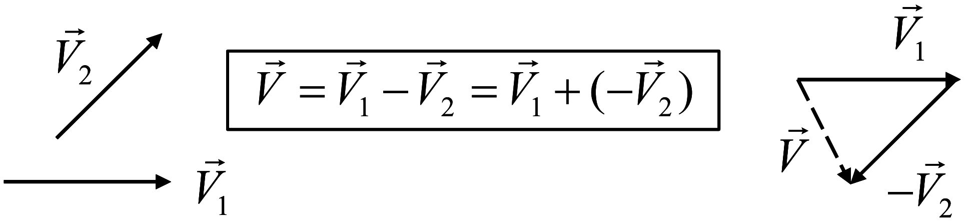
รูปที่ 2 การเขียนเวคเตอร์



$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

$$V \neq V_1 + V_2$$

รูปที่ 3 การบวกเวคเตอร์



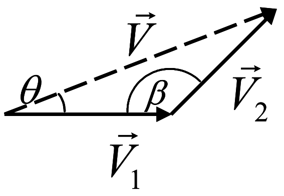
$$\vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$$

รูปที่ 4 การลบเวคเตอร์

การลบเวคเตอร์สามารถทำได้ทำนองเดียวกับการบวกเวคเตอร์ โดยทำให้เวคเตอร์ที่จะเอามาลบเป็นเวคเตอร์ติดลบ โดยกลับทิศทางหัวลูกศรเสียก่อน แล้วค่อยนำมาบวกกับเวคเตอร์ที่ต้องการ วิธีการลบเวคเตอร์และสมการที่ใช้คำนวณ แสดงในรูปที่ 4

3. การประยุกต์ใช้สมการตรีโกณมิติกับการบวกลบเวคเตอร์

การบวกลบเวคเตอร์โดยต่อเวคเตอร์แบบหัวต่อหาง จะได้แผนภาพเวคเตอร์เป็นรูปสามเหลี่ยม ทำให้สามารถใช้สูตรตรีโกณมิติคำนวณความสัมพันธ์ของขนาด และทิศทางของเวคเตอร์ได้ ดังแสดงในรูปที่ 5



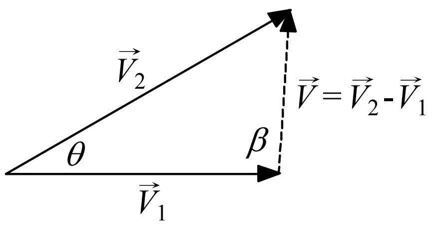
$$V^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos(\beta)$$

$$\frac{V_2}{\sin(\theta)} = \frac{V}{\sin(\beta)}$$

รูปที่ 5 การประยุกต์สมการตรีโกณมิติกับการบวกลบเวคเตอร์

ตัวอย่างที่ 1/1

กำหนดให้ขนาดของเวคเตอร์ $\vec{V}_1$ และ $\vec{V}_2$ มีค่าเป็น 10 และ 20 หน่วยตามลำดับ มุม θ เท่ากับ 30° จงคำนวณหาขนาดของเวคเตอร์ $\vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$ และ มุม β



วิธีทำ จากรูป ใช้กฎของ cosine $V^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos(\theta)$

$V^2 = 10^2 + 12^2 - 2(10)(12)\cos(30^\circ)$

$V = 6.013$ หน่วย **Ans**

จากกฎของ sine $$\frac{V_2}{\sin\beta} = \frac{V}{\sin\theta}$$

$$\frac{12}{\sin\beta} = \frac{6.013}{\sin 30^\circ}$$

β = 86.26° หรือ 93.74°

ตรวจคำตอบโดยใช้กฎของ cosine

กรณี β = 86.26°, $12^2 = 10^2 + 6.013^2 - 2(10)(6.013)\cos(86.26^\circ)$

$144 \neq 128$

กรณี β = 93.74°, $12^2 = 10^2 + 6.013^2 - 2(10)(6.013)\cos(93.74^\circ)$

$144 = 144$

$\therefore$ β = 93.74° **Ans**

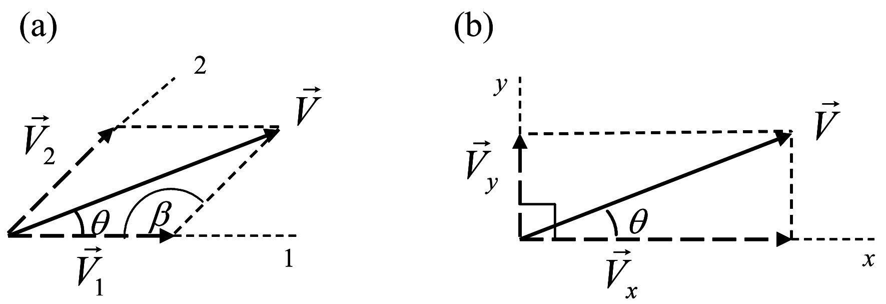
4. การแยกส่วนประกอบของเวคเตอร์

4.1 แยกส่วนประกอบของเวคเตอร์เป็นสองส่วนไม่ตั้งฉากกัน

การแยกส่วนประกอบของเวคเตอร์เป็นสองส่วนไม่ตั้งฉากกัน สามารถทำได้โดยเขียนรูปเวคเตอร์ คล้ายการบวกเวคเตอร์ด้วยกฎสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วหาขนาดเวคเตอร์ที่ต้องการโดยใช้กฎของ sine หรือกฎของ cosine

จากรูปที่ 6(a) หากทราบขนาดของเวคเตอร์ $\vec{V}$ มุม θ และมุม β จะสามารถหาขนาดของเวคเตอร์ย่อย $\vec{V}_1$ และ $\vec{V}_2$ ได้จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$\frac{V_2}{\sin\theta} = \frac{V}{\sin\beta} \quad \text{และ} \quad \frac{V_1}{\sin(180-\theta-\beta)} = \frac{V}{\sin\beta}$$



รูปที่ 6 การแยกส่วนประกอบของเวคเตอร์

4.2 <u>แยกส่วนประกอบของเวคเตอร์เป็นสองส่วนตั้งฉากกัน</u>

การแยกส่วนประกอบของเวคเตอร์ออกเป็นสองส่วนตั้งฉากกัน ทำได้โดยการตั้งแกนพิกัดฉาก แล้วแตกเวคเตอร์ให้เข้าแกนพิกัดฉาก ดังแสดงในรูปที่ 6(b) โดย $V_x = V\cos\theta$ และ $V_y = V\sin\theta$

5. เวคเตอร์หน่วย

เวคเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย จะถูกเรียกว่าเวคเตอร์หน่วย เวคเตอร์ใดๆ สามารถเขียนอยู่ในรูปผลคูณระหว่างขนาดของเวคเตอร์ และเวคเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางของเวคเตอร์นั้นๆ ดังแสดงในสมการ (1)

$$\vec{V} = V\hat{n} \qquad (1)$$

โดย $\hat{n}$ เป็นเวคเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางของ $\vec{V}$

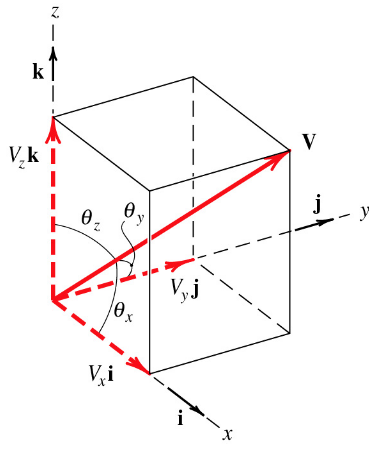
จากวิธีการเขียนรูปเวคเตอร์ใดๆ ในรูปของเวคเตอร์หน่วย ทำให้สามารถเขียนเวคเตอร์ใดๆ ในสามมิติเป็น ผลรวมของเวคเตอร์ในทิศทางของแกนพิกัด *x-y-z* ดังนี้ (รูปที่ 7)

$$\vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j} + V_z\hat{k} \qquad (2)$$

และ

$$V_x = V\cos\theta_x = lV\ , \quad V_y = V\cos\theta_y = mV\ , \quad V_z = V\cos\theta_z = nV$$

โดย $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ คือเวคเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางแกน *x, y, z* ตามลำดับ ส่วน *l, m, n* เรียกว่า direction cosine



รูปที่ 7 การแยกส่วนประกอบของเวคเตอร์ในสามมิติเป็นเวคเตอร์ย่อยในแกนพิกัดฉาก

ความสัมพันธ์ของ l, m, n เป็นดังสมการ (3)

$$l^2 + m^2 + n^2 = \cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1 \tag{3}$$

จากความสัมพันธ์สมการ (3) จะได้

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \tag{4}$$

1/4 กฎของนิวตัน

เซอร์ ไอแซค นิวตัน เป็นคนแรกที่สามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของอนุภาคได้อย่างถูกต้อง กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน มีอยู่ 3 ข้อ ได้แก่

กฎข้อที่ 1

วัตถุจะคงสภาพหยุดนิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (ทิศทางคงที่ และอัตราเร็วคงที่) เมื่อผลรวมของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อมันเป็นศูนย์

กฎข้อที่ 1 ของนิวตันสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (5) และ (6) ดังนี้

$$\sum \vec{a} = 0 \tag{5}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \tag{6}$$

ในส่วนของสถิตยศาสตร์ จะพิจารณาเมื่อวัตถุหยุดนิ่งหรืออยู่ในสมดุล ดังนั้นจึงใช้แค่กฎข้อที่ 1 ของนิวตันเท่านั้น

กฎข้อที่ 2

ความเร่งของวัตถุจะแปรผันตรงกับเวคเตอร์ของแรงลัพธ์ที่กระทำกับมัน ในทิศทางของเวคเตอร์แรงลัพธ์นั้น

กฎข้อที่ 2 ของนิวตันสามารถแสดงได้ดังสมการ (7)

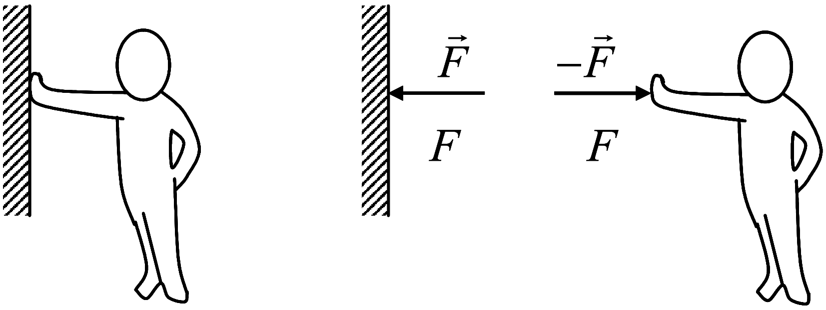
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \tag{7}$$

กฎข้อนี้เป็นพื้นฐานที่สำคัญของการเคลื่อนที่ของวัตถุ กฎข้อนี้จะได้เรียนต่อไปในส่วนของพลศาสตร์

กฎข้อที่ 3

แรงกริยา และแรงปฏิกิริยา ระหว่างผิวสัมผัสคู่หนึ่งๆ จะมีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม และอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

ตัวอย่างของแรงกริยา และแรงปฏิกิริยา แสดงในรูปที่ 8 ในรูปที่ 8 คนกำลังยกมือดันกำแพงไว้ ในที่นี้ แรงกริยา คือแรงที่คนดันกำแพง แรงนี้จะ**กระทำที่กำแพง** ส่วนแรงปฏิกิริยา คือแรงที่กำแพงดันคน **แรงนี้จะกระทำที่คน** จะพบว่าแรงทั้งคู่มีขนาดเท่ากัน และมีทิศทางตรงกันข้าม **และแรงทั้งคู่กระทำกับวัตถุคนละชิ้นกัน** ดังนั้นถ้าพิจารณาแรงที่กระทำกับคน จะมีแรงที่กำแพงดันคนเท่านั้น ส่วนถ้าพิจารณาที่กำแพง จะมีแต่แรงที่คนดันกำแพงเท่านั้น ในกรณีที่พิจารณาคนกับกำแพงรวมเป็นวัตถุเดียวกัน แรงทั้งคู่จะถือว่าเป็นแรงภายในและหักล้างกันหมด



รูปที่ 8 แรงกริยา และแรงปฏิกิริยา ตามกฎข้อที่ 3 ของนิวตัน

เรียบเรียงจาก “Engineering Mechanics Statics fifth edition SI version” ของ J. L. Meriam และ L. G. Kraige เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชา 2103213 Engineering Mechanics I โดย อ.ดร. ชนัตต์ รัตนสุมาวงศ์