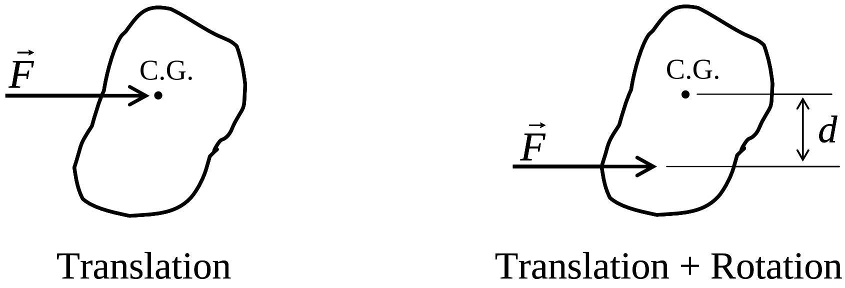
สถิตยศาสตร์ (Statics)

บทที่ 2 ระบบของแรง (ตอนที่ 2)

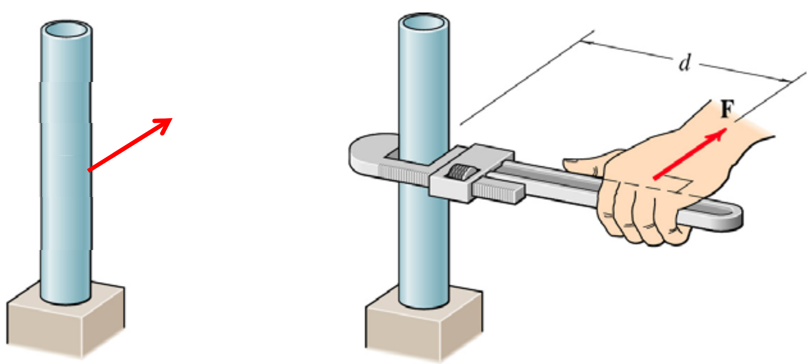
2/4 โมเมนต์

การเคลื่อนที่ของวัตถุมีทั้งการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่ และการเคลื่อนที่แบบหมุน พิจารณารูปที่ 1(a) แรงกระทำวัตถุผ่านจุดศูนย์กลางมวลทำให้วัตถุเลื่อนที่เพียงอย่างเดียว ส่วนในรูปที่ 1(b) แรงกระทำไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุจึงเลื่อนที่ไปพร้อมๆ กับเกิดการหมุน แนวโน้มที่จะเกิดการหมุนนี้ เรียกว่า “โมเมนต์ (Moment)” ในหลายๆ ครั้งโมเมนต์อาจถูกเรียกว่าทอร์ก (Torque)



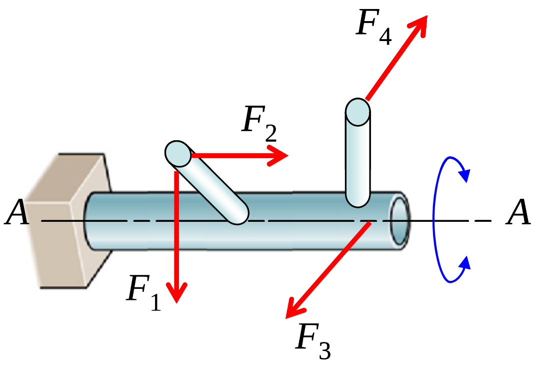
รูปที่ 1 แรงและการเคลื่อนที่แบบเลื่อนที่และแบบหมุน

รูปที่ 2 แสดงการใช้ประแจขันท่อ (Pipe wrench) หมุนท่อ พบว่าหากเปรียบเทียบการใช้ประแจหมุนท่อ กับการใช้มือหมุนโดยตรงแล้ว การใช้ประแจหมุนจะทำให้เกิดการหมุนได้มากกว่าใช้มือหมุนโดยตรง หากใช้แรงในการหมุนใกล้เคียงกัน ทั้งนี้เนื่องจากว่าการใช้ประแจหมุนจะเกิดโมเมนต์ หรือเกิดแนวโน้มที่จะหมุนมากกว่าการใช้มือหมุน นอกจากนี้จะพบว่าเมื่อแขนของประแจยาวขึ้น จะช่วยผ่อนแรงที่หมุนได้ (ใช้แรงหมุนน้อยลง) ดังนั้นอาจสรุปได้ว่าโมเมนต์จะขึ้นอยู่กับขนาดของแรง และระยะห่างของแรงกระทำจากแกนการหมุน



รูปที่ 2 รูปตัวอย่างแสดงโมเมนต์

รูปที่ 3 แสดงทิศทางแรงต่างๆ ต่อการหมุน โดยท่อจะหมุนได้รอบแกน *A-A* จากรูปจะพบว่า แรง F_1 และ F_4 จะทำให้ท่อหมุนทวนเข็มนาฬิกา และ ตามเข็มนาฬิกาตามลำดับ ส่วนแรง F_2 และ F_3 ซึ่งแนวแรงขนานกับท่อ และผ่านแกนท่อจะไม่ทำให้ท่อหมุน แต่จะทำให้ท่อเกิดการดัดแทน ดังนั้นอาจจะสรุปได้ว่า แรงที่จะทำให้เกิดโมเมนต์นั้น ต้องกระทำที่ทิศทางใดๆ ซึ่งไม่ขนานกับแกนการหมุน และแนวของแรงไม่ผ่านแกนหมุน



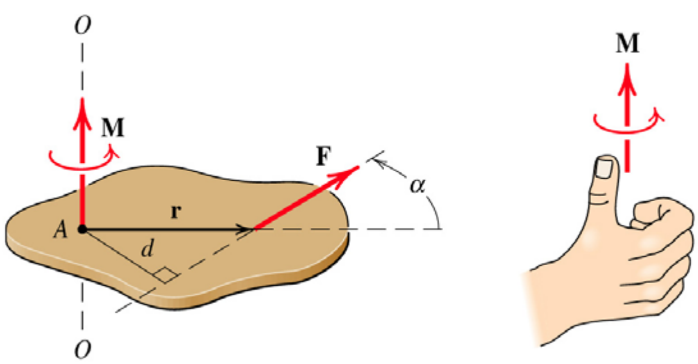
รูปที่ 3 ทิศทางของแรงต่อการหมุน

โมเมนต์รอบจุด

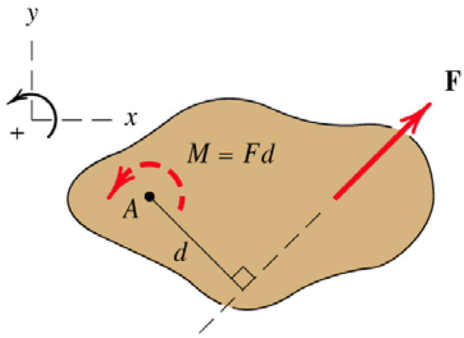
รูปที่ 4 แสดงถึงแรง $\bar{F}$ ที่กระทำต่อวัตถุสองมิติ ทำให้เกิดการหมุนรอบแกน *O-O* ซึ่งตั้งฉากกับระนาบของวัตถุ ขนาดของโมเมนต์สามารถนิยามได้ว่าเป็นผลคูณของขนาดแรง (F) กับระยะทางตั้งฉากจากแกนหมุนถึงแนวแรง (d) ดังแสดงในสมการ (1) จากสมการนี้จะพบว่าโมเมนต์จะมีหน่วยเป็น N.m ในหน่วย SI

$$M = Fd \tag{1}$$

เนื่องจากการหมุนต้องมีการบอกทิศทางว่าหมุนไปทิศทางใด เช่น ต้องบอกว่าหมุนทิศทางตามเข็มนาฬิกา หรือทวนเข็มนาฬิกา จึงจะเป็นการบอกลักษณะการหมุนได้สมบูรณ์ ดังนั้น โมเมนต์จึงเป็นปริมาณเวคเตอร์ โดยทิศทางของโมเมนต์หาได้จากกฎมือขวา ดังแสดงใน รูปที่ 4 ตำแหน่งของเวคเตอร์โมเมนต์สามารถเลื่อนขึ้นลงได้อิสระบนแกนหมุน แต่ไม่สามารถเลื่อนไปที่ตำแหน่งอื่นๆ ได้ เนื่องจากจะทำให้การหมุนเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นโมเมนต์จึงถือเป็น Sliding vector



รูปที่ 4 รูปแสดงนิยามของโมเมนต์ และทิศทางของโมเมนต์



รูปที่ 5 แรงและโมเมนต์ในสองมิติ

สำหรับกรณีสองมิตินั้น แกนของการหมุนจะกลายเป็นจุด ดังแสดงในรูปที่ 5 การกำหนดทิศทางการหมุนสามารถกำหนดให้ทิศทวนเข็มนาฬิกา หรือ ตามเข็มนาฬิกา ทิศใดทิศหนึ่งเป็นทิศทางบวกก็ได้

การครอสเวคเตอร์ (The Cross Product)

ในปัญหาหลายๆ ปัญหา โดยเฉพาะปัญหาสามมิติ การคำนวณโมเมนต์อาจทำได้ง่ายกว่าโดยใช้วิธีการเวคเตอร์ โมเมนต์ของแรง $\vec{F}$ รอบจุด A ดังแสดงในรูปที่ 4 สามารถหาได้จากการครอสเวคเตอร์ ดังนี้

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (2)$$

โดย $\vec{r}$ คือเวคเตอร์ที่ชี้จากจุด A ไปยังจุดใดๆ บนแนวแรง $\vec{F}$

เมื่อคิดขนาดของโมเมนต์อย่างเดียว จะสามารถหาโมเมนต์ได้จากสมการ (3) ดังนี้

$$M = Fr\sin\alpha = Fd \qquad (3)$$

โดย α เป็นมุมระหว่างเวคเตอร์ $\vec{r}$ และแรง $\vec{F}$

ทิศทางของโมเมนต์สามารถหาได้จากกฎมือขวา โดยวางมือตามแนวเวคเตอร์ $\vec{r}$ และกวาดนิ้วไปตามทิศทางแรง $\vec{F}$ ทิศทางของนิ้วโป้งจะเป็นทิศทางของโมเมนต์ $\vec{M}$ เนื่องจากโมเมนต์เป็นผลจากการครอสเวคเตอร์ ดังนั้นจึงไม่สามารถสลับเวคเตอร์ $\vec{r}$ และ $\vec{F}$ จากสมการ (2) เป็น $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$ ได้ เนื่องจากจะได้ทิศทางผิดเป็นตรงกันข้าม

Varignon's Theorem

Varignon's Theorem กล่าวไว้ว่า “โมเมนต์ของแรงรอบจุดใดๆ มีค่าเท่ากับผลรวมของโมเมนต์ของส่วนประกอบย่อยๆ ของแรงนั้นรอบจุดเดียวกัน” Varignon's Theorem สามารถแสดงได้โดยรูปที่ 6 และสมการต่อไปนี้

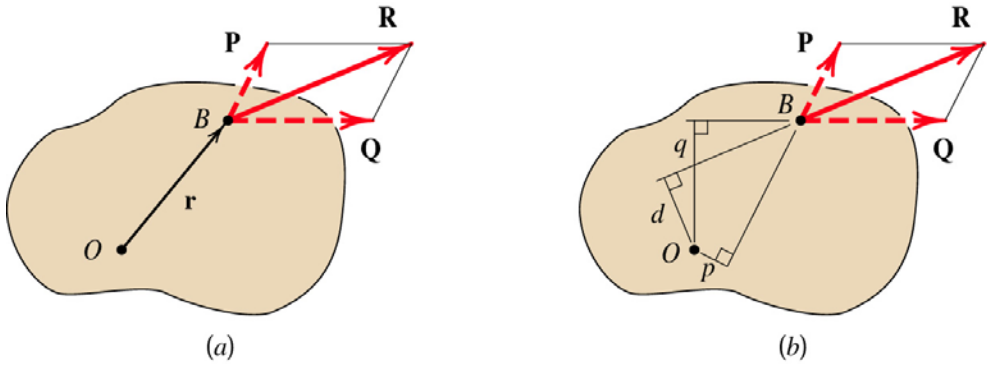
$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{R} = \vec{r} \times (\vec{P} + \vec{Q})$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{R} = \vec{r} \times \vec{P} + \vec{r} \times \vec{Q} \qquad (4)$$

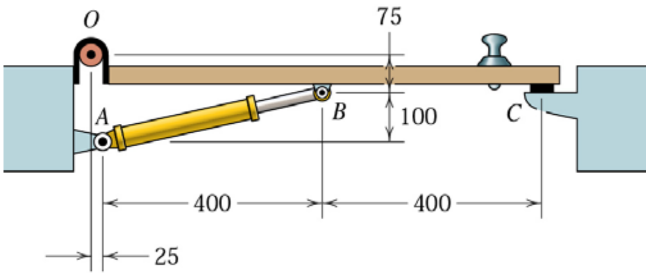
กรณีคิดเป็นสเกลาร์จะได้

$$M_O = Rd = -pP + qQ \qquad (5)$$



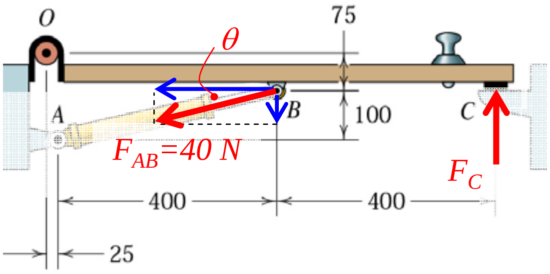
รูปที่ 6 Varignon’ theorem

2/42 The force exerted by the plunger of cylinder *AB* on the door is 40 N directed along the line *AB*, and this force tends to keep the door closed. Compute the moment of this force about hinge *O*. What force F_C normal to the plane of the door must the door stop at *C* exert on the door so that the combined moment about *O* of the two forces is zero?



Dimensions in millimeters

วิธีทำ



หาโมเมนต์ M_O เนื่องจากแรงในแนว F_{AB}

$$\tan\theta = \arctan(\frac{100}{400}) = 14.0362°$$

แตกแรง F_{AB} เป็นแรงย่อยในแนวดิ่งและแนวระดับ ตามเส้นสีน้ำเงิน และหาโมเมนต์ของแรง F_{AB} จากผลรวมของโมเมนต์ของแรงย่อยได้ดังนี้

$$M_O = (40\cos\theta)(75\times10^{-3}) + (40\sin\theta)(400+25)\times10^{-3}$$

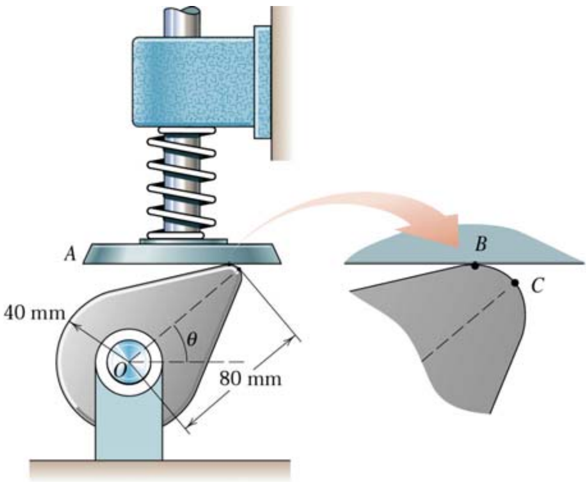
แทนค่ามุม θ จะได้ $M_O = 7.03$ Nm CW *Ans*

หาแรง F_C ซึ่งทำให้โมเมนต์รวมที่ O = 0 (โมเมนต์เกิดจากแรง F_{AB} และ F_C เท่านั้น ส่วนแรงที่หมุดยึดประตูนั้น เนื่องจากแรงกระทำที่จุด O จึงไม่ทำให้เกิดโมเมนต์ที่จุด O)

$$M_O = F_C(0.825)$$

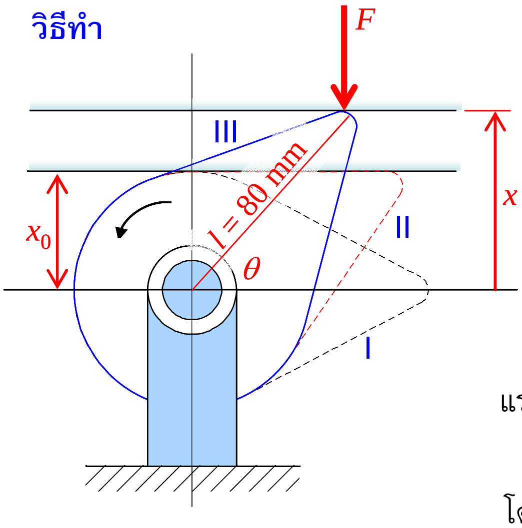
$$7.03 = F_C(0.825)$$

$$F_C = 8.53N$$ *Ans*



2/45 The spring-loaded follower *A* bears against the circular portion of the cam until the lobe of the cam lifts the plunger. The force required to lift the plunger is proportional to its vertical movement *h* from its lowest position. For design purposes determine the angle θ for which the moment of the contact force on the cam about the bearing *O* is a maximum. In the enlarged view of the contact, neglect the small distance between the actual contact point *B* and the end *C* of the lobe.

วิธีทำ



จากรูปจะพบว่า
ช่วง I และ II ยังไม่เกิดแรง เนื่องจากสปริงยังไม่เกิดการหดตัว
ดังนั้น ช่วงที่เกิดแรงและโมเมนต์มากที่สุดจะเกิดในช่วงที่ III เมื่อส่วนแหลมของลูกเบี้ยวสัมผัสกับตัวตาม

แรงจากสปริงจะแปรผันตรงกับระยะหดนั่นคือ

$$F = k(x - x_0)$$

โดย $x = l\sin\theta$

$$x_0 = 40mm \qquad l = 80mm$$

หาโมเมนต์จาก $M = Fl\cos\theta = k(l\sin\theta - x_0)(l\cos\theta)$

$$M = kl(l\sin\theta\cos\theta - x_0\cos\theta)$$

$$M = kl(\frac{l}{2}\sin 2\theta - x_0\cos\theta)$$

หาค่าสูงสุดของโมเมนต์โดยหาตำแหน่งที่อนุพันธ์เทียบกับมุม θ มีค่าเท่ากับศูนย์

$$\frac{dM}{d\theta} = kl(\frac{l}{2}\cos 2\theta(2) - x_0(-\sin\theta)) = 0$$

$$l\cos 2\theta + x_0\sin\theta = 0$$

$$l(1 - 2\sin^2\theta) + x_0\sin\theta = 0$$

แทนค่า x_0 = 40mm, l = 80 mm จะได้

$$80(1-2\sin^2\theta)+40\sin\theta=0$$

$$4\sin^2\theta-\sin\theta-2=0$$

$\sin\theta$ = 0.8431, -0.5931

ค่า -0.5931 อยู่ในตำแหน่งที่แรงสปริงเป็นศูนย์ ดังนั้นจึงพิจารณาแต่ค่า 0.8431

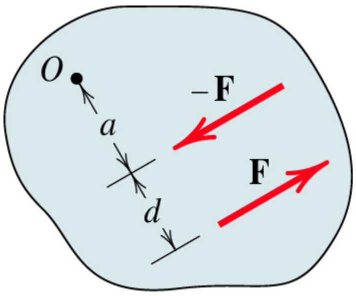
$\sin\theta$ = 0.8431, θ = 57.47° *Ans*

2/5 คับเปิล (Couple)

คับเปิลเป็นโมเมนต์ซึ่งเกิดขึ้นจากแรงคู่ควบ (แรงสองแรงซึ่งมีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม และเป็นแรงที่ไม่อยู่ในแนวแรงเดียวกัน) พิจารณารูปที่ 7 ซึ่งแสดงคับเปิลจากแรง $\vec{F}$ และ $-\vec{F}$ การหาโมเมนต์เนื่องจากคับเปิลทำได้โดยสมมุติจุดหมุนที่ตำแหน่งใดๆ O โมเมนต์หาได้ดังนี้

$$M = F(a+d) - Fa = Fd \qquad (6)$$

จากสมการ (6) จะพบว่าโมเมนต์ที่เกิดไม่ขึ้นกับตำแหน่งจุดหมุน O เลย เนื่องจากไม่มีพจน์ a ซึ่งแสดงระยะห่างของแรงกับจุดหมุน ขนาดของคับเปิลจะขึ้นกับขนาดของแรงกระทำและระยะห่างในแนวตั้งฉากของแนวแรงทั้งสองเท่านั้น



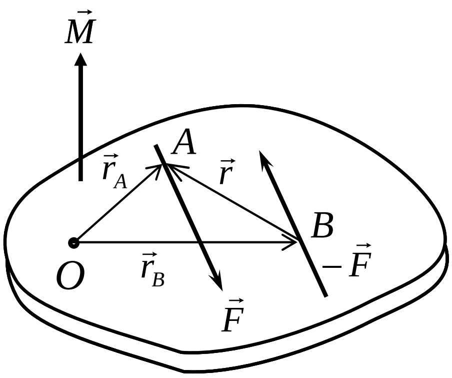
รูปที่ 7 คับเปิล

เมื่อพิจารณาแบบเวคเตอร์ คับเปิลสามารถหาได้ดังแสดงในรูปที่ 8 และสมการที่ (7)

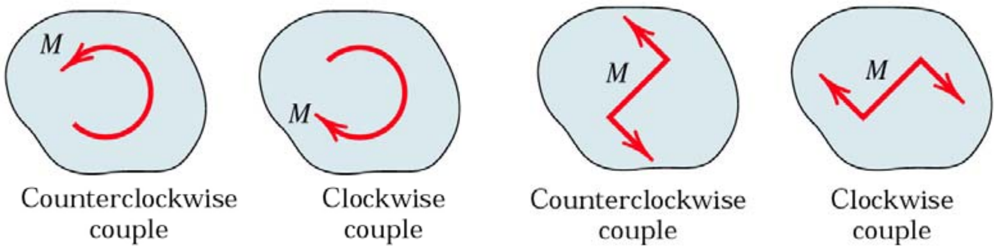
$$\vec{M} = \vec{r}_A \times \vec{F} + \vec{r}_B \times (-\vec{F}) = (\vec{r}_A - \vec{r}_B) \times \vec{F}$$
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (7)$$

โดย คือเวคเตอร์ซึ่งชี้จากจุดใดๆ บนแนวแรง $-\vec{F}$ ไปยังจุดใดๆ บนแนวแรง $\vec{F}$

ทิศทางของคับเปิลจะตั้งฉากกับระนาบที่แรง $\vec{F}$ และ $-\vec{F}$ อยู่ และสามารถพิจารณาได้ตามกฎมือขวาทำนองเดียวกับทิศทางของโมเมนต์ อย่างไรก็ตามเนื่องจากขนาดของคับเปิลมีค่าเท่ากัน ไม่ว่าจะเลือกจุดหมุนที่จุดไหน ดังนั้นคับเปิลจึงถูกพิจารณาเป็น Free vector สำหรับในสองมิติ คับเปิลสามารถเขียนแสดงได้ตามรูปที่ 9



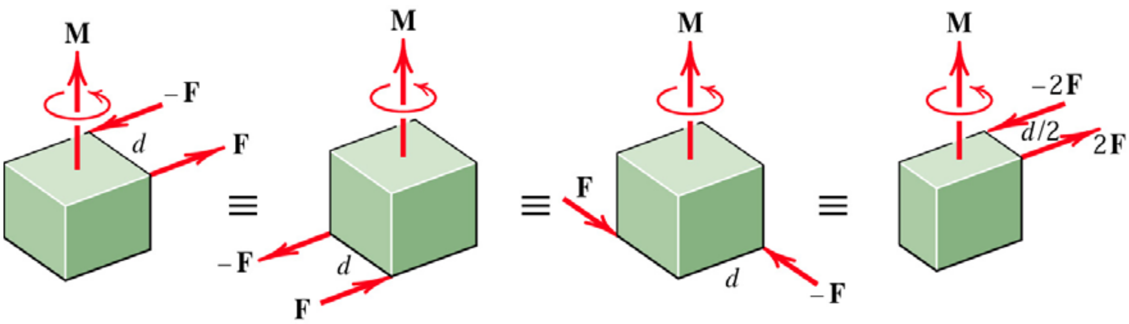
รูปที่ 8 คับเปิลในสามมิติ



รูปที่ 9 สัญลักษณ์แสดงคับเปิล

คับเปิลที่เท่ากัน

คับเปิลที่เท่ากัน หมายถึงคับเปิลที่มีขนาดเท่ากัน และมีทิศทางเดียวกัน คัปเปิลที่เท่ากันอาจจะเกิดจากแรงคู่ที่ไม่เท่ากัน หรือทำที่ตำแหน่งต่างกันก็ได้ (เนื่องจากคับเปิดเป็น Free vector) รูปที่ 10 แสดงถึงแรงคู่ควบต่างๆ กระทำที่ตำแหน่งต่างๆ กัน แต่ให้ผลลัพธ์คับเปิลที่เท่ากัน นั่นคือคับเปิลขนาด M และมีทิศทางชี้ขึ้นด้านบน



รูปที่ 10 คับเปิลที่มีขนาดเท่ากัน

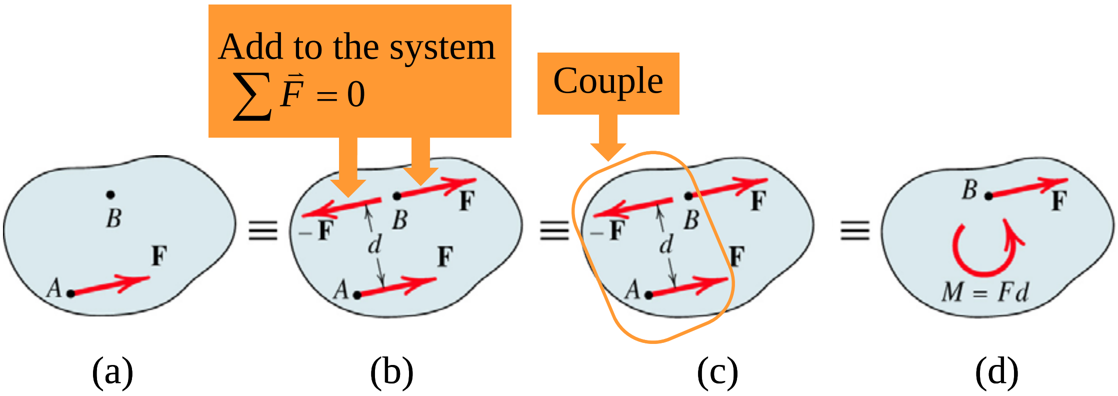
ระบบของแรงและคับเปิล

เมื่อแรงหนึ่งแรงกระทำกับวัตถุ แรงนั้นจะส่งผลให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวแรงกระทำ และอาจส่งผลให้วัตถุหมุนรอบแกนใดๆ นั่นแสดงให้เห็นว่าผลของแรง อาจแยกออกเป็นผลของแรงที่ดึงหรือดันวัตถุให้เคลื่อนที่ไปตามแนวแรง และผลของคับเปิลที่ทำให้วัตถุหมุนรอบแกนใดๆ ได้ นั่นคือ <u>เราอาจเขียนแทนแรงหนึ่งแรงได้ด้วยแรงและคับเปิลได้</u> พิจารณาขั้นตอนการเขียนดังแสดงในรูปที่ 11

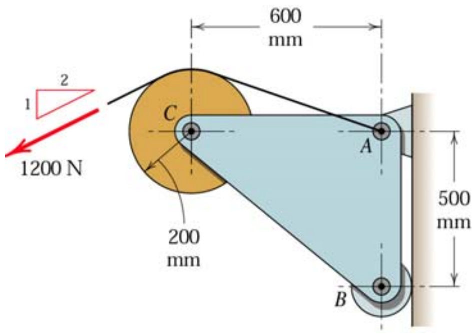
1. ในรูปที่ 11(a) แรง $\vec{F}$ กระทำที่จุด A
2. เพิ่มแรง $\vec{F}$ และ $-\vec{F}$ ที่จุด B ดังแสดงในรูปที่ 11(b) เนื่องจากแรงลัพธ์ที่เพิ่มเข้าไปในระบบเป็นศูนย์ ดังนั้นแรงที่เพิ่มจึงไม่ส่งผลใดๆ ต่อระบบ
3. จากรูปที่ 11(c) จับคู่แรง $\vec{F}$ กระทำที่จุด A และแรง $-\vec{F}$ กระทำที่จุด B จะได้แรงคู่ควบ 1 คู่

4. แรง $\vec{F}$ ที่กระทำที่จุด A ในรูปที่ 11(a) สามารถเขียนแทนได้เป็นแรง $\vec{F}$ กระทำที่จุด B และแรงคู่ควบขนาด Fd โดย d เป็นระยะห่างระหว่างแรงคู่ควบ ดังแสดงในรูปที่ 11(d)

การเขียนแทนแรงๆ หนึ่งด้วยแรงและคับเปิล อาจกล่าวอีกอย่างได้ว่า ถึงแม้ว่าแรงจะเป็น Sliding vector (กรณีกระทำกับวัตถุแข็งเกร็ง) <u>แต่แรงก็สามารถย้ายตำแหน่งได้ โดยเมื่อย้ายตำแหน่งแล้วจะต้องเกิดคับเปิลเพิ่มขึ้นเพื่อชดเชยผลของโมเมนต์ที่จะเปลี่ยนไป</u>

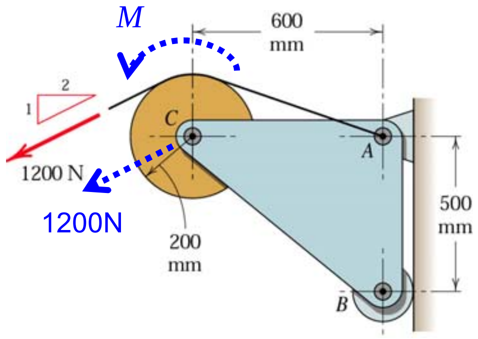


รูปที่ 11 ระบบของแรงและคับเปิล



2/68 Calculate the moment of the 1200-N force about pin *A* of the bracket. Begin by replacing the 1200-N force by a force-couple system at point *C*.

วิธีทำ



เมื่อย้ายแรง 1200N มาที่จุด *C* จะได้แรง 1200N ที่จุด *C* บวกกับโมเมนต์ ดังแสดงโดยเส้นสีน้ำเงินในรูป

โมเมนต์ *M* จากการย้ายแรงสามารถหาได้ดังนี้

$$M = 1200 \times 0.2 = 240 Nm$$

หาโมเมนต์รอบจุด *A*

$$M_A = 1200 \sin\theta (0.6) + M$$

$$M_A = 1200 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times 0.6 + 240$$

= 562 Nm CCW <u>*Ans*</u>

2/6 Resultants

แรงและคับเปิลที่กระทำกับระบบสามารถรวมให้เป็นรูปแบบอย่างง่ายได้ โดยไม่ทำให้ผลกระทบของแรงและคับเปิลเปลี่ยนแปลงไป รูปแบบอย่างง่ายนี้เรียกว่า Resultants Resultants นี้จะเป็นแรงเพียงแรงเดียว หรือเป็นคับเปิลเพียงอย่างเดียวในปัญหา 2 มิติ และเป็นผลรวมของแรงและโมเมนต์ในปัญหา 3 มิติ

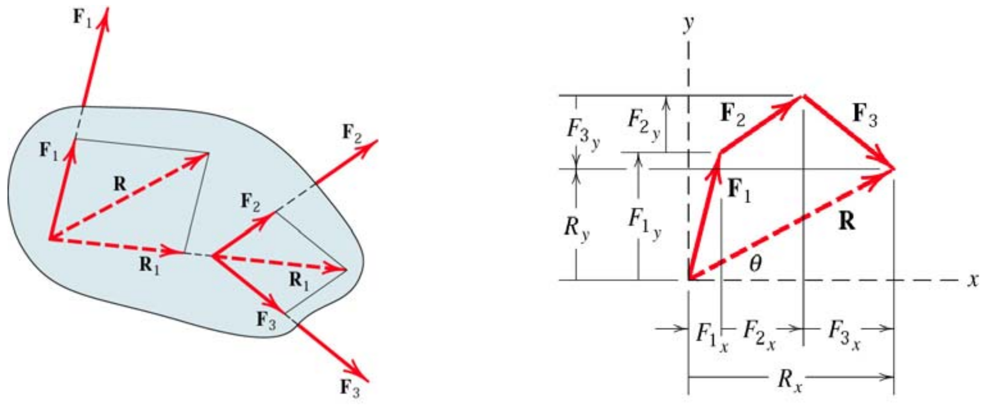
รูปที่ 12(a) แสดงถึงการรวมแรงเพื่อหา Resultant แรง $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ สามารถรวมได้โดยใช้การรวมแรงตามวิธีที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยทำการรวมแรง $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ เป็นแรงลัพธ์ $\vec{R}_1$ ก่อน แล้วจึงรวมแรง $\vec{R}_1$ กับแรง $\vec{F}_1$ เพื่อหา Resultant $\vec{R}$ ของระบบ วิธีนี้จะรู้ได้ว่าแนวแรงลัพธ์ผ่านที่ตำแหน่งใด

สำหรับขนาดของแรงลัพธ์ อาจหาได้โดยต่อเวคเตอร์ของแรงเข้าด้วยกันแบบหัวต่อหาง หรือแยกแรงแต่ละแรงเป็นส่วนประกอบย่อยๆ ตามแนวแกน *x-y* และรวมแรงย่อยๆ เข้าด้วยกันตามที่แสดงในรูปที่ 12(b) หรือแสดงในสมการ (8)

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = \sum \vec{F}$$

$$R_x = \sum F_x \qquad R_y = \sum F_y \qquad R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

$$\theta = \arctan(\frac{R_y}{R_x}) = \arctan(\frac{\sum F_y}{\sum F_x}) \qquad (8)$$



(a) (b)

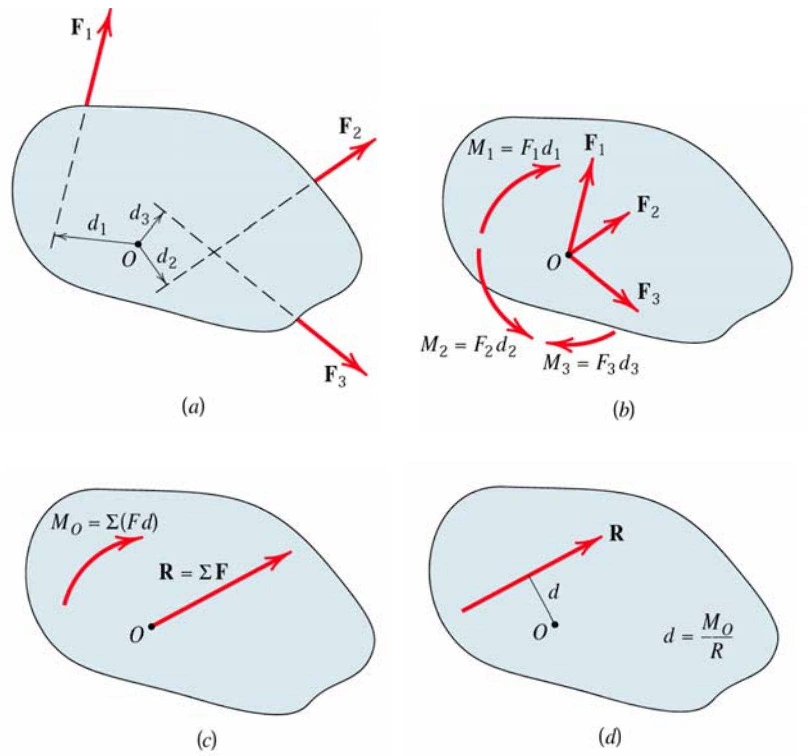
รูปที่ 12 การหา Resultants

Algebraic Method

การหา Resultants สามารถหาได้โดยวิธีทางพีชคณิตดังแสดงในรูปที่ 13 วิธีการนี้ใช้หลักการที่ว่า <u>แรงแรงหนึ่งสามารถเขียนแทนได้ด้วยแรงขนาดเดียวกันกระทำที่ตำแหน่งอื่นและคับเปิล</u> (หัวข้อ 2/5) โดยวิธีการนี้จะทำการย้ายแรงทุกแรงไปที่จุดเดียวกันที่หาโมเมนต์สะดวกเพื่อหาแรงรวมและโมเมนต์รวม จากนั้นจึงทำการย้ายตำแหน่งของแรงรวมอีกครั้งหนึ่งเพื่อชดเชยให้ผลของคับเปิลหายไป

วิธีการพีชคณิตมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. เลือกจุดที่หาโมเมนต์สะดวกจุดใดก็ได้เพื่อทำการย้ายแรง (รูปที่ 13(a))
2. ทำการย้ายแรงไปที่จุดนั้น (ในรูปคือจุด O) ดังแสดงในรูปที่ 13(b) เมื่อย้ายแรงไปจะต้องเกิดคับเปิลขึ้นตามหลักการที่แสดงในหัวข้อ 2/5 โดย เมื่อย้ายแรง $\vec{F}_1$ จะเกิดคับเปิล M_1 ขนาด $F_1 d_1$ ทิศทางตามเข็มนาฬิกา ในทำนองเดียวกัน เมื่อย้ายแรง $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ แล้วก็จะเกิดคับเปิล M_2 และ M_3 ขึ้นเช่นกัน
3. รวมแรงและคับเปิลทั้งหมดของระบบ ได้เป็นแรง $\vec{R} = \sum \vec{F}$ และคับเปิล $M_O = \sum (Fd)$ ดังแสดงในรูปที่ 13(c)
4. เนื่องจากแรงๆ หนึ่งสามารถเขียนแทนได้ด้วย แรงขนาดเท่ากันที่ตำแหน่งอื่นและคับเปิล ในทางกลับกันแรงและคับเปิล ก็สามารถเขียนแทนได้ด้วยแรงเพียงแรงเดียวเช่นกัน ในกรณีตามรูป 13(c) ถ้าแรงกระทำที่จุด O จะเกิดคับเปิลหมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา เมื่อต้องการเขียนแทนด้วยแรงเพียงแรงเดียว จำเป็นต้องเลื่อนแรง $\vec{R}$ ขึ้นเป็นระยะ d ดังแสดงในรูปที่ 13(d) เพื่อให้เกิดโมเมนต์รอบจุด O ชดเชยคับเปิล โดยระยะ d สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ $Rd = M_O$



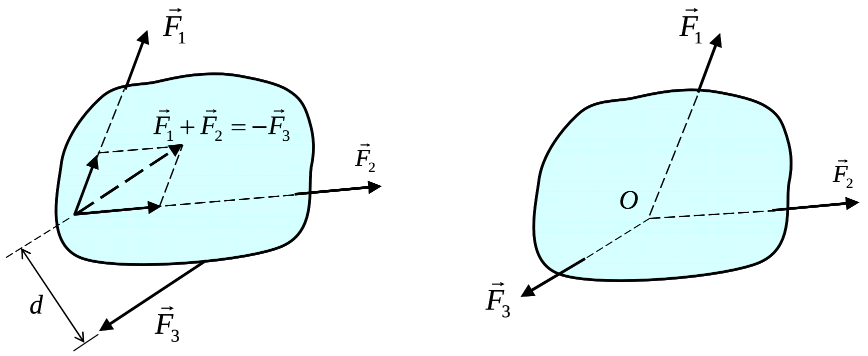
รูปที่ 13 การหา Resultants ด้วยวิธีพีชคณิต

ตัวอย่าง Resultants กรณีอื่นๆ

พิจารณาตัวอย่างการหา Resultants กรณีอื่นๆ แสดงในรูปที่ 14(a) และ 14(b)

รูปที่ 14(a) แรงรวมระหว่างแรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ มีค่าเท่ากับ $-\vec{F}_3$ แต่ไม่ได้อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันกับ $\vec{F}_3$ ดังนั้นเมื่อรวมกับแรง จึงมีแรงรวมเป็นศูนย์ ในกรณีนี้ Resultant จึงเป็นคับเปิลโดยมีขนาดเท่ากับ $F_3 d$

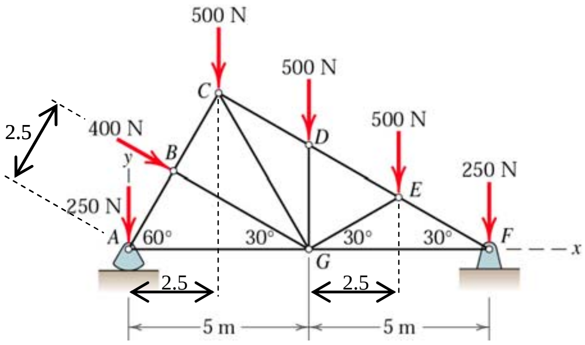
รูปที่ 14(b) แนวแรงทั้งสามแรงผ่านจุด O ดังนั้นเมื่อหาโมเมนต์รวมที่จุด O จึงได้โมเมนต์รวมเป็นศูนย์ ในกรณีนี้ Resultant จึงเป็นแรงลัพธ์ และมีค่าเท่ากับ $\vec{R} = \sum \vec{F}$



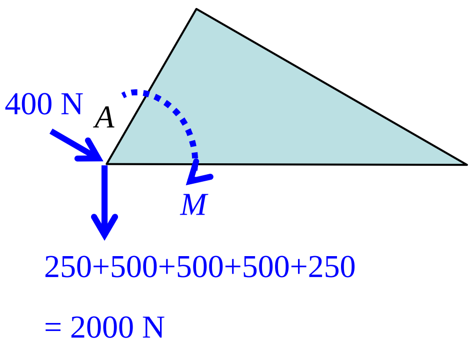
(a) (b)

รูปที่ 14 Resultants กรณีอื่นๆ

2/86 The asymmetric roof truss is of the type used when a near normal angle of incidence of sunlight onto the south-facing surface *ABC* is desirable for solar energy purpose. The five vertical loads represent the effect of the weight of the truss and supported roofing materials. The 400-N load represents the effect of wind pressure. Determine the equivalent force-couple system at *A*. Also, compute the *x*-intercept of the line of action of the system resultant treated as a single force ***R***.



วิธีทำ



ย้ายแรงทั้งหมดมาที่จุด *A* จะหาแรงลัพธ์ได้ดังนี้

$$A_x = 400\cos 30° = 346.4101N$$

$$A_y = 2000 + 400\sin 30° = 2200N$$

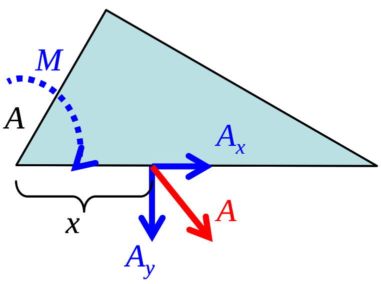
แรงลัพธ์ $A = 346.41\hat{i} - 2200\hat{j} \quad N$

<u>*Ans*</u>

เมื่อย้ายแรงทั้งหมดมาที่จุด *A* จะเกิดโมเมนต์ *M รอบจุด A* ซึ่งหาได้ดังนี้

$$M = 400(2.5) + 500(2.5) + 500(5) + 500(7.5) + 250(10)$$

$$M = 11000Nm$$ <u>*Ans*</u>



ให้ Resultant ตัดแกน *x* ที่ตำแหน่งห่างจากจุด *A* = *x* จะพบว่าแรงที่ทำให้เกิดโมเมนต์ *M* เป็นแรง A_y เท่านั้น ระยะ *x* หาได้ดังนี้

$$A_y(x) = M$$

$$x = \frac{M}{A_y} = \frac{11000}{2200} = 5m$$ <u>*Ans*</u>

เรียบเรียงจาก “Engineering Mechanics Statics fifth edition SI version” ของ J. L. Meriam และ L. G. Kraige เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชา 2103213 Engineering Mechanics I โดย อ.ดร. ชนัตต์ รัตนสุมาวงศ์