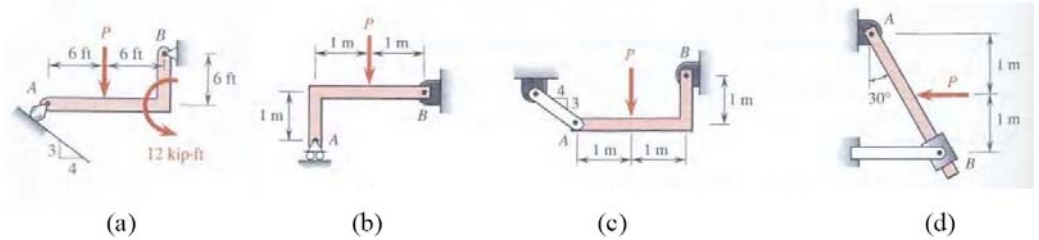
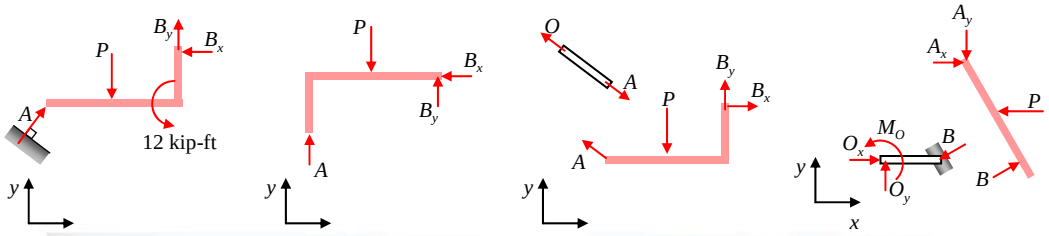
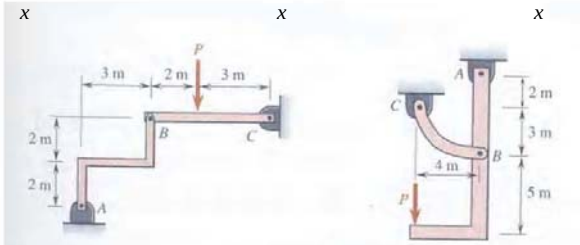
1 Sketch the free-body diagram of each of the rigid bodies to determine reactions at the supports as shown.

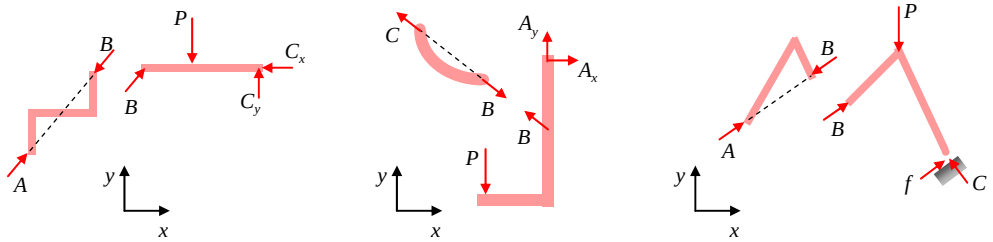


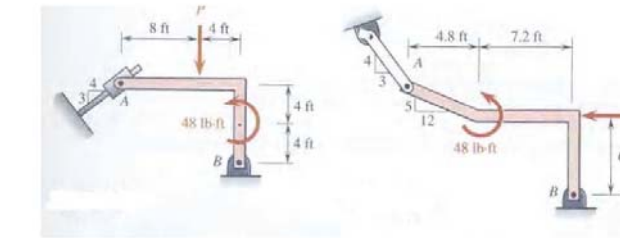
(a) (b) (c) (d)



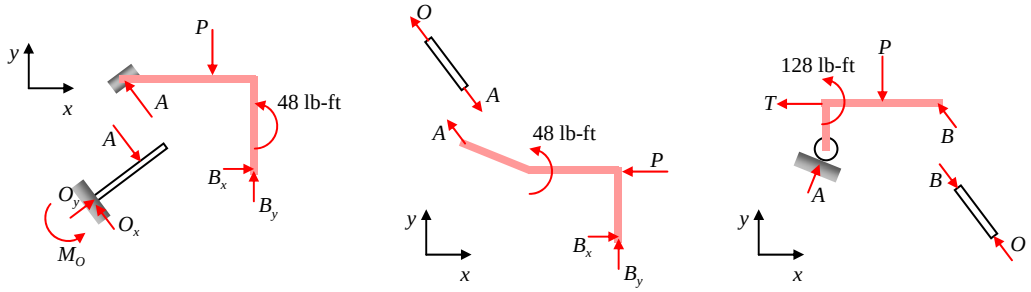


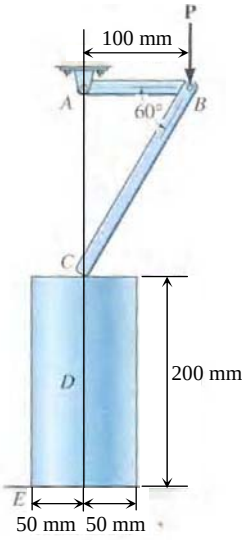
(e) (f) (g)





(h) (i) (j)



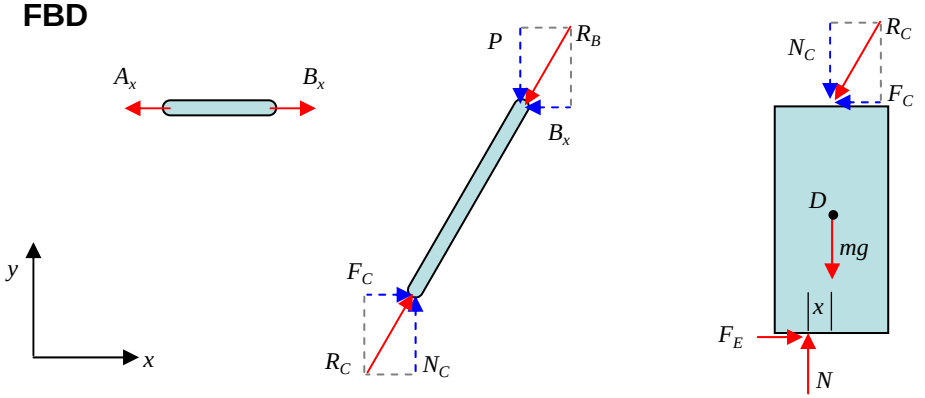


2 The end C of the two-bar linkage rests on the top center of the 50-kg cylinder. If the coefficients of static friction at C and E are μ_C=0.6 and μ_E=0.3, determine the largest vertical force P which can be applied at B without causing motion. Neglect the mass of the bars.

วิธีทำ เนื่องจากไม่คิดน้ำหนักของ bar ดังนั้น bar แต่ละตัวจะมีแรงกระทำเพียงแค่ 2 จุด คือจุด A,B และ B,C ตามลำดับ เพราะฉะนั้น bar ทั้ง 2 ตัวจะประพฤติตัวเป็น 2-force member

FBD สามารถเขียนได้ดังนี้

FBD



โดยเส้นสีแดงแสดงแรงกระทำ เส้นประสีน้ำเงินแสดงส่วนประกอบของแรง (รวมกันจะเป็นแรงสีแดง)

ในข้อนี้ เมื่อออกแรง P มีโอกาสจะเกิดการเคลื่อนที่ได้ 3 รูปแบบ คือ

1. เกิดการไถลที่จุด C
2. เกิดการไถลที่ผิวด้านล่างของทรงกระบอก
3. ทรงกระบอกเกิดการล้มคว่ำ

จำเป็นต้องพิจารณาว่าจะเกิดการเคลื่อนที่ในกรณีใด

พิจารณาที่ rod B-C

$$\left[\sum F_x = 0\right] \qquad F_C - B_x = 0, \qquad F_C = B_x \qquad (1)$$

$$\left[\sum F_y = 0\right] \qquad N_C - P = 0, \qquad N_C = P \qquad (2)$$

เนื่องจากเป็น 2-force member $\frac{F_C}{N_C} = \tan 30^\circ = 0.5774$ (3)

เพราะว่า $\frac{F_C}{N_C} = \tan 30^\circ < \tan\phi = \mu_s = 0.6$

ดังนั้นจึงไม่เกิดการไถลที่จุด C

การเคลื่อนที่ในข้อนี้จึงเป็นไปได้ 2 กรณี เท่านั้น คือ

1. แรงเสียดทาน FC ดันให้ทรงกระบอกไถล
2. แรงเสียดทาน FC ผลักให้ทรงกระบอกล้ม

พิจารณาสมดุลของทรงกระบอก

$[\sum F_x = 0]$ $F_E - F_C = 0, \quad F_E = F_C$ (4)

$[\sum F_y = 0]$ $N - N_C - 50(9.81) = 0, \quad N = N_C + 50(9.81)$ (5)

$[\sum M_D = 0]$ CCW+ $F_C(100) + F_E(100) - Nx = 0$

$200F_E = Nx$ (6)

สมมุติให้การเคลื่อนที่เป็นกรณีที่ 1 คือ แรง FC ดันให้ทรงกระบอกไถล

$$F_E = \mu_E N = 0.3N$$

สมการ (6) จะกลายเป็น $200(0.3)N = Nx \longrightarrow x = 60 \text{ mm}$ เป็นไปไม่ได้

จะพบว่าค่า x = 60 mm เป็นไปไม่ได้เนื่องจากระยะที่แรง N กระทำจะเลยจากฐานทรงกระบอกออกไป แสดงว่าทรงกระบอกนี้จะต้องเกิดการล้มก่อนการไถล

กรณีเกิดการล้ม N จะย้ายไปประทำที่มุมทรงกระบอก (จุด E)

สมการ (6) จะกลายเป็น $200F_E = N50 \longrightarrow 4F_E = N$ (7)

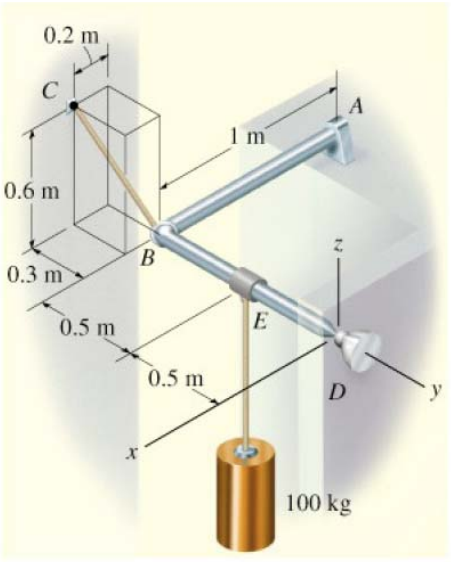
แทนสมการ (7) ในสมการ (5) จะได้

$$4F_E = 4F_C = N_C + 50(9.81)$$ (8)

จากสมการ (3) จะได้ $F_C = N_C \tan 30^\circ$ (9)

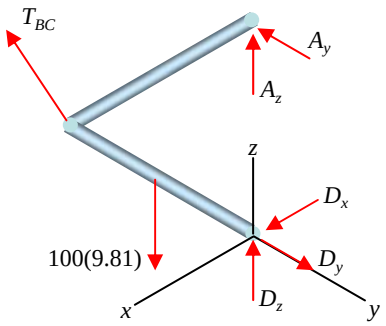
แก้ระบบสมการ (8) และ (9) จะได้ $P = N_C = 374.6 \text{ N}$

นั่นคือ ถ้าออกแรง P มากกว่า 374.6 ทรงกระบอกจะล้ม *Ans*



3 The bent rod in figure as shown is supported at *A* by a journal bearing, at *D* by a ball-and-socket joint, and at *B* by means of cable *BC*. Determine for the tension in cable *BC*. The bearing at *A* is capable of exerting force components only in the *z* and *y* directions since it is properly aligned on the shaft.

วิธีทำ เขียน FBD ของรูปโจทย์



เขียนแรงในเคเบิล *BC* ในรูปของเวคเตอร์

$$\vec{T}_{BC} = T_{BC}\left(\frac{0.2\hat{i} - 0.3\hat{j} + 0.6\hat{k}}{\sqrt{0.2^2 + 0.3^2 + 0.6^2}}\right)$$

$$\vec{T}_{BC} = T_{BC}\left(\frac{2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}}{7}\right)$$

$$\left[\sum \vec{M}_D = 0\right] \quad 100(9.81)(0.5)\hat{i} + [-\hat{j} \times \frac{T_{BC}}{7}(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})] + A_y\hat{k} - A_z\hat{i} + A_z\hat{j} = 0$$

$$490.5\hat{i} + \frac{T_{BC}}{7}(2\hat{k} - 6\hat{i}) + A_y\hat{k} - A_z\hat{i} + A_z\hat{j} = 0$$

$$(490.5 - \frac{6}{7}T_{BC} - A_z)\hat{i} + A_z\hat{j} + (\frac{2}{7}T_{BC} + A_y)\hat{k} = 0 \qquad (1)$$

จากสมการ (1) ได้

$$\left.\begin{aligned} 490.5 - \frac{6}{7}T_{BC} - A_z &= 0 \\ A_z &= 0 \\ \frac{2}{7}T_{BC} + A_y &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

แก้ระบบสมการ (2) จะได้

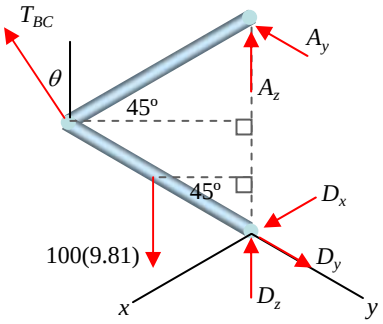
$$A_z = 0$$

$$A_y = -163.5 \text{ N}$$

$$T_{BC} = 572.25 \text{ N}$$

Ans

ข้อนี้ เนื่องจากแรงกระทำเกือบทั้งหมดผ่านแนวเส้นตรง AD โดยมีแรงที่ไม่ผ่านแนวเส้นตรง AD อยู่เพียง 2 แรง โดยเป็นแรงที่ทราบค่า (mg) และแรงที่ต้องการหา T_{BC} ดังนั้นในข้อนี้จึงสามารถทำได้โดยพิจารณาโมเมนต์รอบแกน AD โดยตรงดังนี้



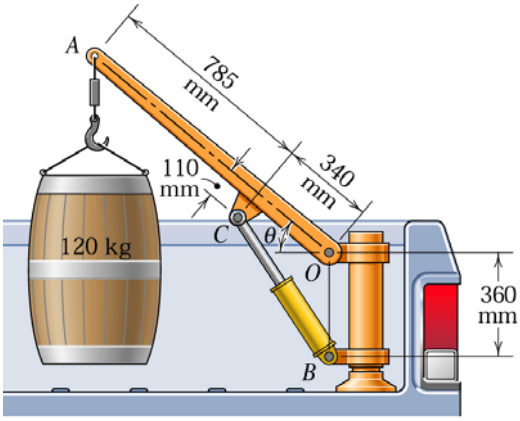
แตกแรง T_{BC} เป็นแรงในแนวดิ่ง และแรงในแนวระดับ (อยู่ในระนาบ x-y) เนื่องจากแรงในแนวระดับจะผ่านแกน AD ดังนั้นจึงไม่ทำให้เกิดโมเมนต์

$$\left[\sum \vec{M}_{AD} = 0\right] \qquad T_{BC}\cos\theta(1)(\cos 45^\circ) - 100(9.81)(0.5)\cos 45^\circ = 0$$

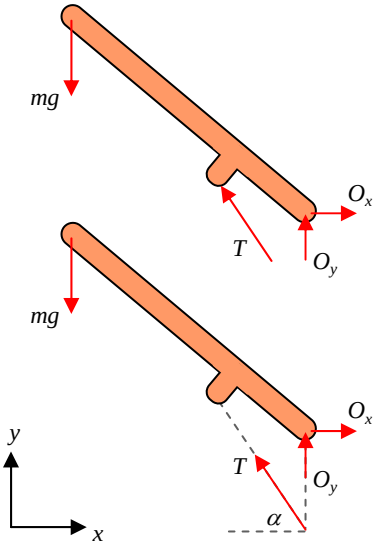
$$T_{BC}\cos\theta = 50(9.81)$$

$$T_{BC}\frac{0.6}{\sqrt{0.2^2+0.3^2+0.6^2}} = 50(9.81)$$

$$T_{BC} = 572.25\ \text{N}$$ *Ans*



4 The small crane is mounted on one side of the bed of a pickup truck. For the position θ = 40º, determine the magnitude of the force supported by the pin at O and the oil pressure p against the 50 mm diameter piston of the hydraulic cylinder BC.



วิธีทำ

เขียน FBD ของรูปโจทย์ได้ดังแสดงในรูปด้านซ้ายมือ (บน) แต่เนื่องจากแรงเป็น Sliding vector จึงสามารถเลื่อนแรงให้กระทำที่จุด B ตาม FBD ด้านล่างได้

การหาแรง T และแรงที่หมุด O ทำได้โดยการหาโมเมนต์รอบจุด O ดังนั้นการเลื่อนแรงให้เป็นตามรูปด้านล่างจะคำนวณได้ง่ายกว่า เนื่องจากมีแต่ส่วนประกอบของแรง T ในแนวระดับเท่านั้นที่ทำให้เกิดโมเมนต์ นอกจากนี้ระยะแขนของโมเมนต์ยังหาได้ง่ายกว่าด้วย

หามุม α $\quad \tan\alpha = \dfrac{360 + 340\sin 40^\circ - 110\cos 40^\circ}{340\cos 40^\circ + 110\sin 40^\circ} \longrightarrow \alpha = 56.1785^\circ$

$[\sum M_0 = 0]$ CW+ $\quad T\cos\alpha(360) - mg(785+340)\cos 40^\circ = 0$

$T\cos 56.1785^\circ(360) = 120(9.81)(785+340)\cos 40^\circ$

$T = 5062.969\ \text{N}$

$[\sum F_x = 0] \quad O_x - T\cos\alpha = 0$

$O_x - 5062.969\cos 56.1785^\circ = 0$

$O_x = 2818.086\ \text{N} \rightarrow$

$[\sum F_y = 0] \quad O_y + T\sin\alpha - mg = 0$

$O_y + 5062.969\sin 56.1785^\circ - 120(9.81) = 0$

$O_y = -3028.9914\ \text{N} \qquad O_y = 3028.9914\ \text{N} \downarrow$

แรงลัพธ์ที่ O $$O = \sqrt{O_x^2 + O_y^2} = \sqrt{2818.086^2 + 3028.9914^2}$$

$$O = 4137.1969\ \text{N} \quad \approx \quad 4.14\ \text{kN}$$ *Ans*

หาความดัน p ในกระบอกสูบ

$$p = \frac{T}{A} = \frac{T}{\pi d^2 / 4}$$

$$p = \frac{5062.969}{\pi(0.05)^2 / 4} = 2.58 \times 10^6\ \text{Pa} = 2.58\ \text{MPa}$$ *Ans*