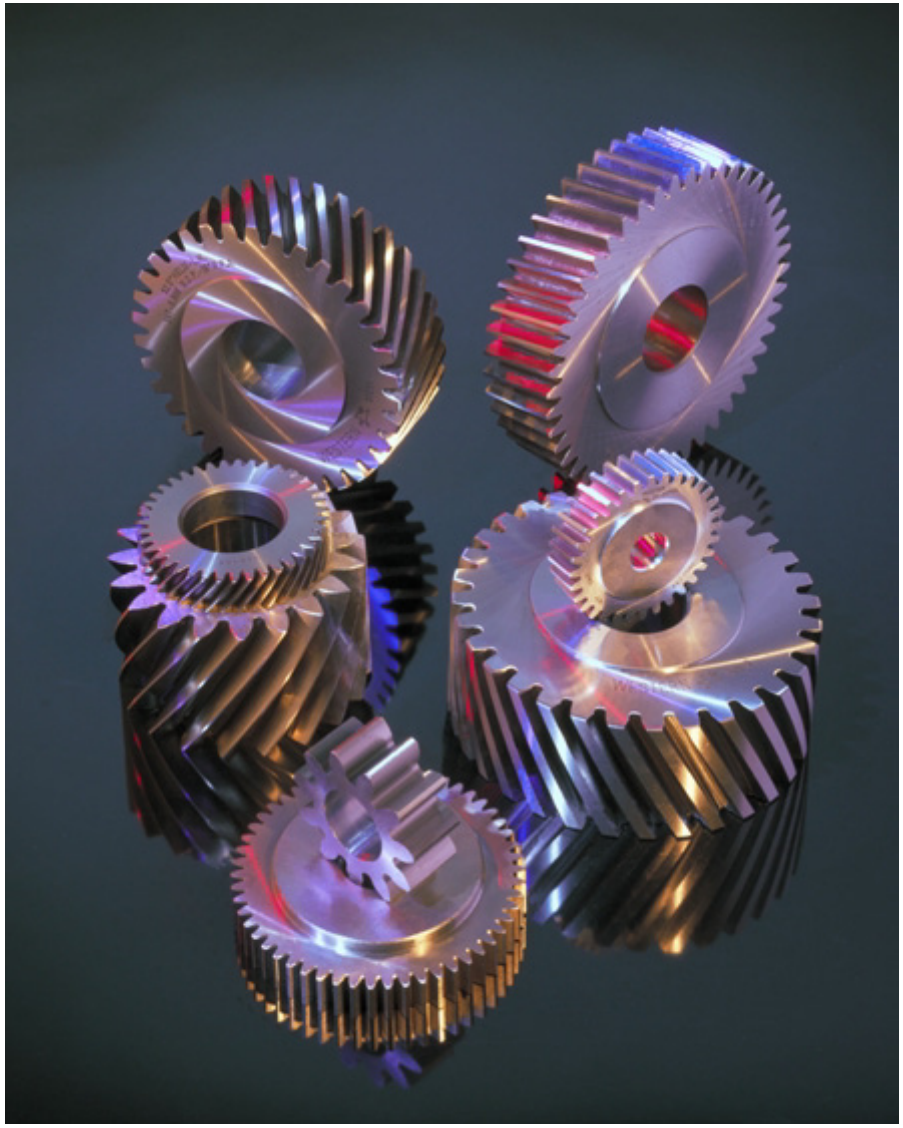
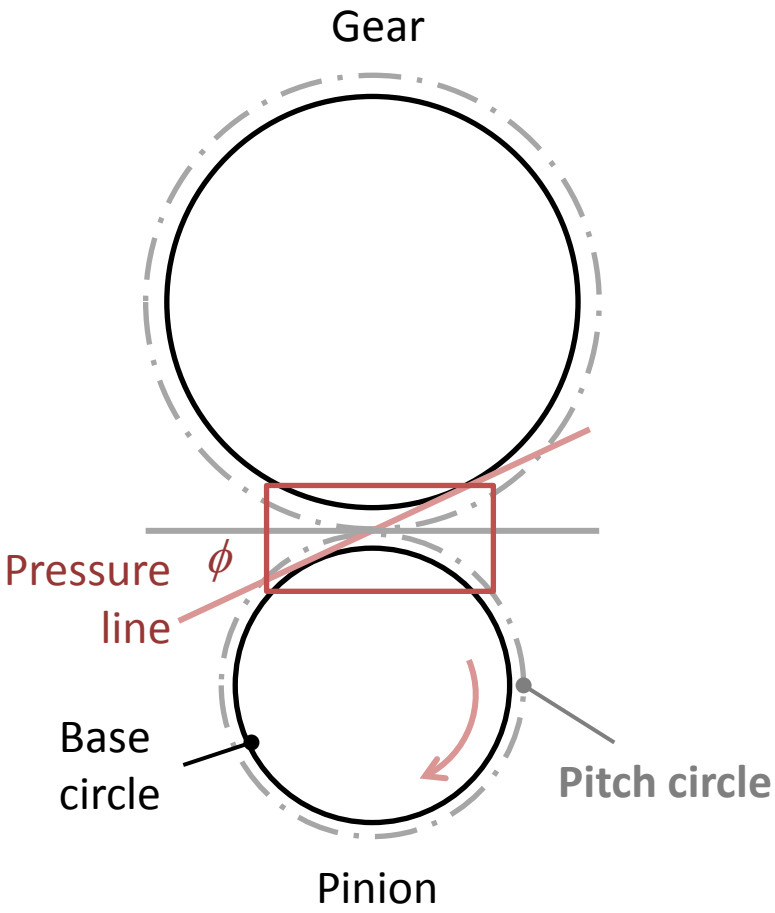
Spur Gear

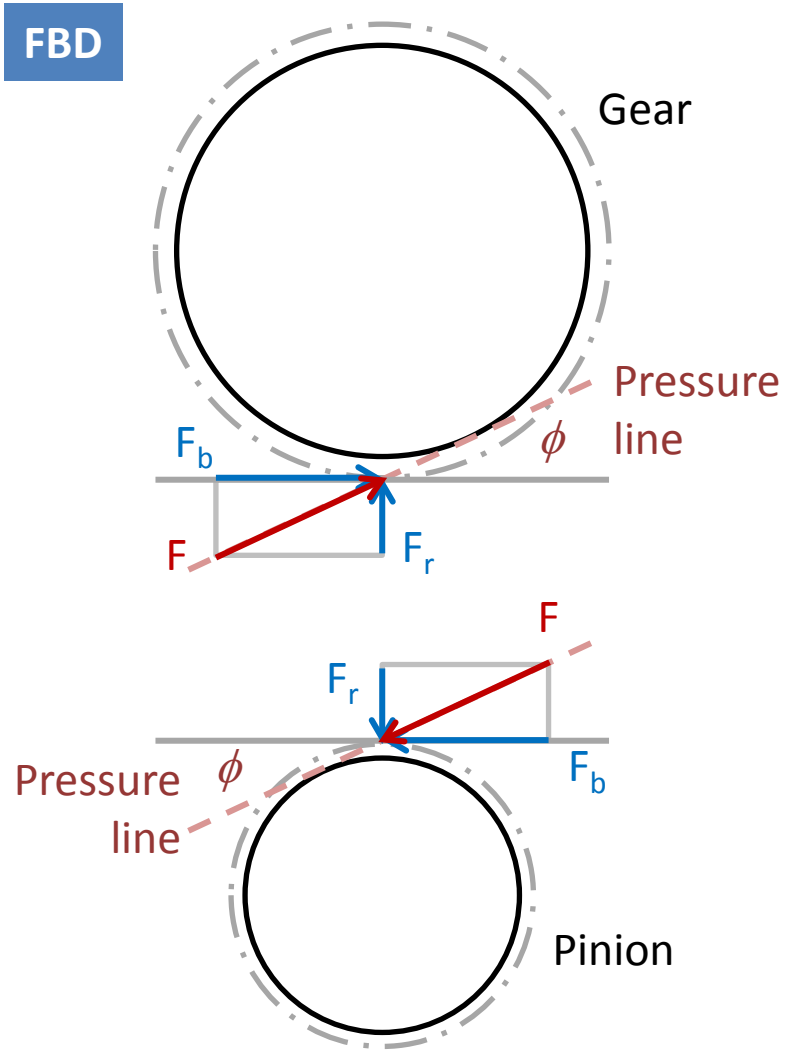


2103320 Des Mach Elem
Mech. Eng. Department
Chulalongkorn University

Gear force analysis (1)



FBD



Neglect sliding friction in FBD

Gear force analysis (2)

จาก FBD จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$F_b = F\cos\phi$$

$$F_r = F\sin\phi$$

แรงบิดในการส่งกำลังหาได้จาก

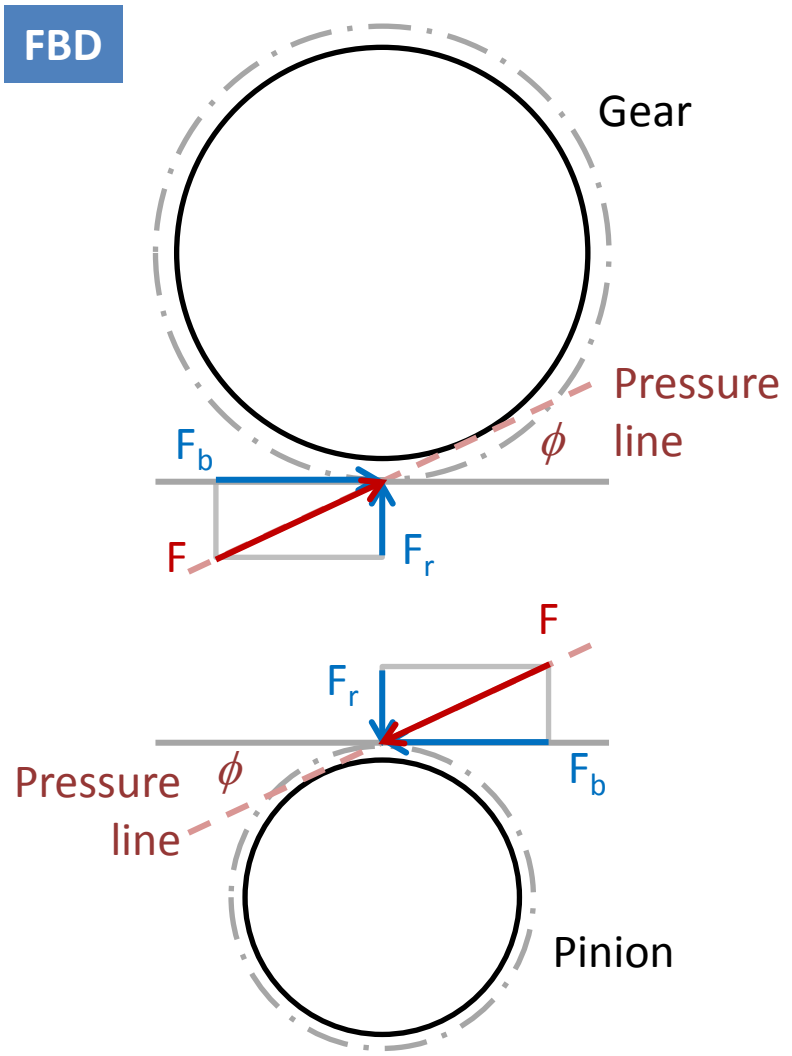
$$T = F \cdot r_b = F_b \cdot r$$

กำลังที่ส่งได้หาได้จาก

$$P = T\omega = \left(F \cdot r_b\right)\cdot\omega = \left(F_b \cdot r\right)\cdot\omega$$

r_b = base radius

r = pitch radius

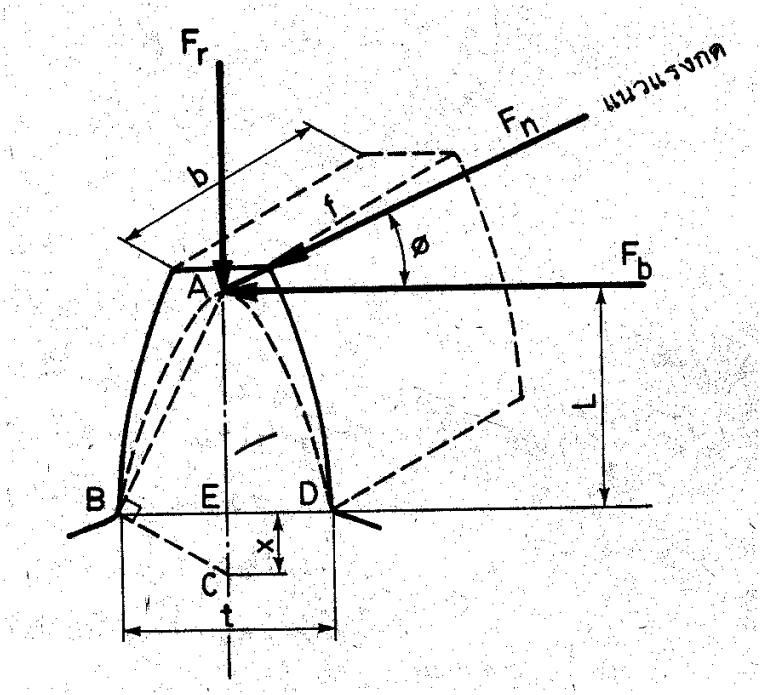


Gear tooth strength

Photoelasic pattern of stresses in a spur gear tooth

ตำแหน่งความเค้นสูงสุด	จุดสัมผัส	บริเวณฟิวเลตที่รากฟัน
ความเสียหาย	Pitting	Crack
การออกแบบ	Contact stress Hertzian stress	Bending stress สมการ Lewis

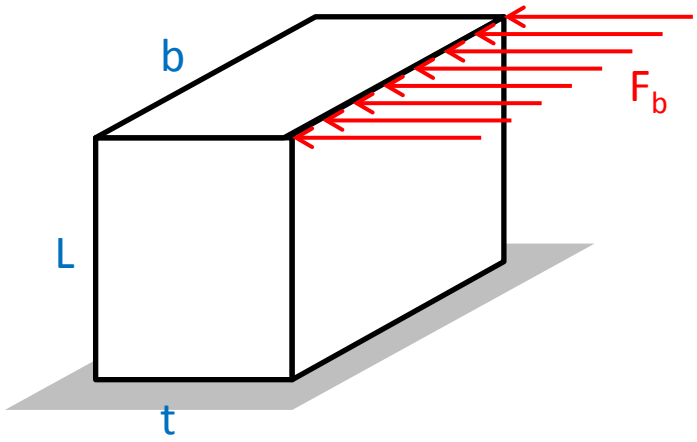
Gear tooth bending stress (1)



Lewis equation

สมมุติฐานที่ใช้คำนวณ

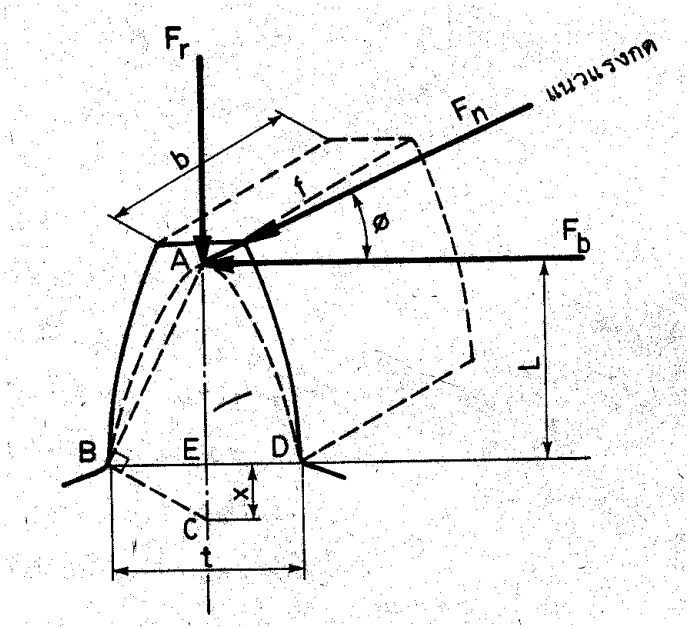
1. พิจารณาให้ฟันเฟืองมีลักษณะเป็น Cantilever beam
2. แรงส่งกำลังทั้งหมดกระทำที่ฟันฟันเดียว และกระทำที่ปลายฟัน
3. ไม่คิดแรง Fr
4. ไม่คิดผลของ Sliding friction



$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{F_b L(t/2)}{(bt^3/12)} = \frac{6F_b L}{bt^2}$$

$$F_b = \frac{\sigma b t^2}{6L}$$

Gear tooth bending stress (2)



เมื่อความเค้นดัดคงที่ จะได้

$$L = \left(\frac{\sigma b}{6F_b}\right)t^2 = (\text{const.})t^2$$

ความสัมพันธ์ของ L กับ t เป็นพาราโบล่า

ส่วนปลายฟันมีเนื้อมากกว่าพาราโบล่า ดังนั้นส่วนที่จะเสียหายก่อนได้แก่หน้าตัด BED

จากสามเหลี่ยมคล้าย จะได้ $\frac{x}{t/2} = \frac{t/2}{L}$ ⇒ $L = \frac{t^2}{4x}$

เพราะฉะนั้น จะได้ $F_b = \frac{\sigma b t^2}{6L}$ ⇒ $F_b = \sigma b\left(\frac{2x}{3p}\right)p = \sigma b y p$

$$F_b = \frac{\sigma b Y}{P} \Rightarrow \sigma = \frac{F_b P}{bY}$$

$$F_b = \sigma b Y m \Rightarrow \sigma = \frac{F_b}{bYm}$$

p : circular pitch

y : Lewis form factor

Y : Lewis form factor

P : Diametral pitch

m : module

Lewis Form Factor Y, y

Load near tip of teeth

พิจารณาให้แรงกระทำที่ปลายฟัน (จริงๆ เมื่อแรงกระทำปลายฟัน เฟืองจะขบ 2 ฟัน ทำให้แรงลดลง)

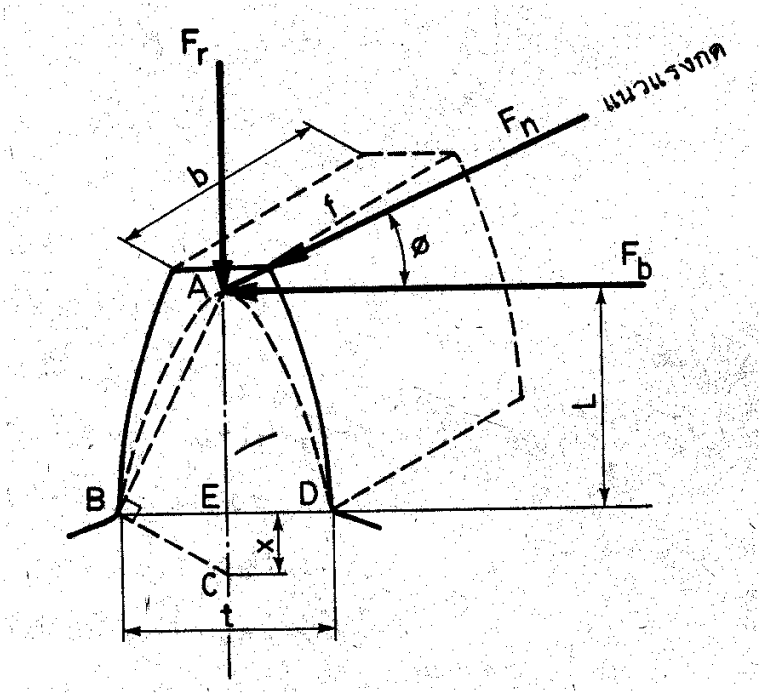
Load near middle of teeth

พิจารณาให้แรงกระทำที่ใกล้กลางฟัน (เป็นตำแหน่งที่เฟืองขบกันฟันเดียว)

- พิจารณาแบบ Load near tip ปลอดภัยกว่า
- พิจารณาแบบ Load near middle มักใช้กรณีที่ต้องคำนึงถึงขนาดและน้ำหนัก

No Teeth	Load Near Tip of Teeth								Load at Near Middle of Teeth			
	14 1/2 deg		20 deg FD		20 deg Stub		25 deg		14 1/2 deg		20 deg FD	
	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y
10	0,176	0,056	0,201	0,064	0,261	0,083	0,238	0,076				
11	0,192	0,061	0,226	0,072	0,289	0,092	0,259	0,082				
12	0,21	0,067	0,245	0,078	0,311	0,099	0,277	0,088	0,355	0,113	0,415	0,132
13	0,223	0,071	0,264	0,084	0,324	0,103	0,293	0,093	0,377	0,12	0,443	0,141
14	0,236	0,075	0,276	0,088	0,339	0,108	0,307	0,098	0,399	0,127	0,468	0,149
15	0,245	0,078	0,289	0,092	0,349	0,111	0,32	0,102	0,415	0,132	0,49	0,156
16	0,255	0,081	0,295	0,094	0,36	0,115	0,332	0,106	0,43	0,137	0,503	0,16
17	0,264	0,084	0,302	0,096	0,368	0,117	0,342	0,109	0,446	0,142	0,512	0,163
18	0,27	0,086	0,308	0,098	0,377	0,12	0,352	0,112	0,459	0,146	0,522	0,166
19	0,277	0,088	0,314	0,1	0,386	0,123	0,361	0,115	0,471	0,15	0,534	0,17
20	0,283	0,09	0,32	0,102	0,393	0,125	0,369	0,117	0,481	0,153	0,544	0,173
21	0,289	0,092	0,326	0,104	0,399	0,127	0,377	0,12	0,49	0,156	0,553	0,176
22	0,292	0,093	0,33	0,105	0,404	0,129	0,384	0,122	0,496	0,158	0,559	0,178
23	0,296	0,094	0,333	0,106	0,408	0,13	0,390	0,124	0,502	0,16	0,565	0,18
24	0,302	0,096	0,337	0,107	0,411	0,131	0,396	0,126	0,509	0,162	0,572	0,182
25	0,305	0,097	0,34	0,108	0,416	0,132	0,402	0,128	0,515	0,164	0,58	0,185
26	0,308	0,098	0,344	0,109	0,421	0,134	0,407	0,13	0,522	0,166	0,584	0,186
27	0,311	0,099	0,348	0,111	0,426	0,136	0,412	0,131	0,528	0,168	0,588	0,187
28	0,314	0,1	0,352	0,112	0,43	0,137	0,417	0,133	0,534	0,17	0,592	0,188
29	0,316	0,101	0,355	0,113	0,434	0,138	0,421	0,134	0,537	0,171	0,599	0,191
30	0,318	0,101	0,358	0,114	0,437	0,139	0,425	0,135	0,54	0,172	0,606	0,193
31	0,32	0,101	0,361	0,115	0,44	0,14	0,429	0,137	0,554	0,176	0,611	0,194
32	0,322	0,101	0,364	0,116	0,443	0,141	0,433	0,138	0,547	0,174	0,617	0,196
33	0,324	0,103	0,367	0,117	0,445	0,142	0,436	0,139	0,55	0,175	0,623	0,198
34	0,326	0,104	0,371	0,118	0,447	0,142	0,44	0,14	0,553	0,176	0,628	0,2
35	0,327	0,104	0,373	0,119	0,449	0,143	0,443	0,141	0,556	0,177	0,633	0,201
36	0,329	0,105	0,377	0,12	0,451	0,144	0,446	0,142	0,559	0,178	0,639	0,203
37	0,33	0,105	0,38	0,121	0,454	0,145	0,449	0,143	0,563	0,179	0,645	0,205
38	0,333	0,106	0,384	0,122	0,455	0,145	0,452	0,144	0,565	0,18	0,65	0,207
39	0,335	0,107	0,386	0,123	0,457	0,145	0,454	0,145	0,568	0,181	0,655	0,208
40	0,336	0,107	0,389	0,124	0,459	0,146	0,457	0,145	0,57	0,181	0,659	0,21
43	0,339	0,108	0,397	0,126	0,467	0,149	0,464	0,148	0,574	0,183	0,668	0,213
45	0,34	0,108	0,399	0,127	0,468	0,149	0,468	0,149	0,579	0,184	0,678	0,216
50	0,346	0,11	0,408	0,13	0,474	0,151	0,477	0,152	0,588	0,187	0,694	0,221
55	0,352	0,112	0,415	0,132	0,48	0,153	0,484	0,154	0,596	0,19	0,704	0,224
60	0,355	0,113	0,421	0,134	0,484	0,154	0,491	0,156	0,603	0,192	0,713	0,227
65	0,358	0,114	0,425	0,135	0,488	0,155	0,496	0,158	0,607	0,193	0,721	0,23
70	0,36	0,115	0,429	0,137	0,493	0,157	0,501	0,159	0,61	0,194	0,728	0,232
75	0,361	0,115	0,433	0,138	0,496	0,158	0,506	0,161	0,613	0,195	0,735	0,234
80	0,363	0,116	0,436	0,139	0,499	0,159	0,509	0,162	0,615	0,196	0,739	0,235
90	0,366	0,117	0,442	0,141	0,503	0,16	0,516	0,164	0,619	0,197	0,747	0,238
100	0,368	0,117	0,446	0,142	0,506	0,161	0,521	0,166	0,622	0,198	0,755	0,24
150	0,375	0,119	0,458	0,146	0,518	0,165	0,537	0,171	0,635	0,202	0,778	0,248
200	0,378	0,12	0,463	0,147	0,524	0,167	0,545	0,173	0,64	0,204	0,787	0,251
300	0,38	0,122	0,471	0,15	0,534	0,17	0,554	0,176	0,65	0,207	0,801	0,255
Rack	0,39	0,124	0,484	0,154	0,55	0,175	0,566	0,18	0,66	0,21	0,823	0,262

Gear tooth bending stress (3)



$$\sigma = \frac{F_b P}{bY}$$

$$\sigma = \frac{F_b}{bYm}$$

ผลของแรง Fr

1. ความเค้นด้าน B กดเพิ่มขึ้น
2. ขนาดความเค้นด้าน D ดึงน้อยลง
3. วัสดุส่วนใหญ่รับแรงกดได้มากกว่าแรงดึง และความล้ามักเกิดด้านรับแรงดึง
4. การมีแรง Fr จะยิ่งทำให้ฟันแข็งแรงขึ้น เพราะช่วยลดความเค้นด้านแรงดึง

Lewis form factor, Y or y

1. Y และ y เพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนฟันเพิ่มขึ้น
2. ค่า Y และ y ยิ่งมากยิ่งรับแรง Fb ได้มาก
3. เมื่อพิเนี่ยน (ฟันน้อย) ขบกับเฟือง (ฟันมาก) พิเนี่ยนจะกับแรงได้น้อยกว่า
4. การคำนวณต้องทำที่พิเนี่ยน

AGMA Stress Equation (bending)

American Gear Manufacturers Association (AGMA) ได้แนะนำการออกแบบเฟือง โดยพิจารณาความแข็งแรงจากการดัด โดยดัดแปลงจาก Lewis Equation ดังนี้

Lewis Equation

$$\sigma = \frac{F_b}{bYm}$$

AGMA Equation (bending)

$$s_t = \frac{W_t}{FY_Jm} K_O K_s K_m K_B K_v$$

σ	s_t
F_b	W_t
b	F

$Y \rightarrow Y_J$

K_O : Overload factor
K_s : Size factor
K_m : Load-distribution factor
K_B : Rim thickness factor
K_v : Dynamic factor

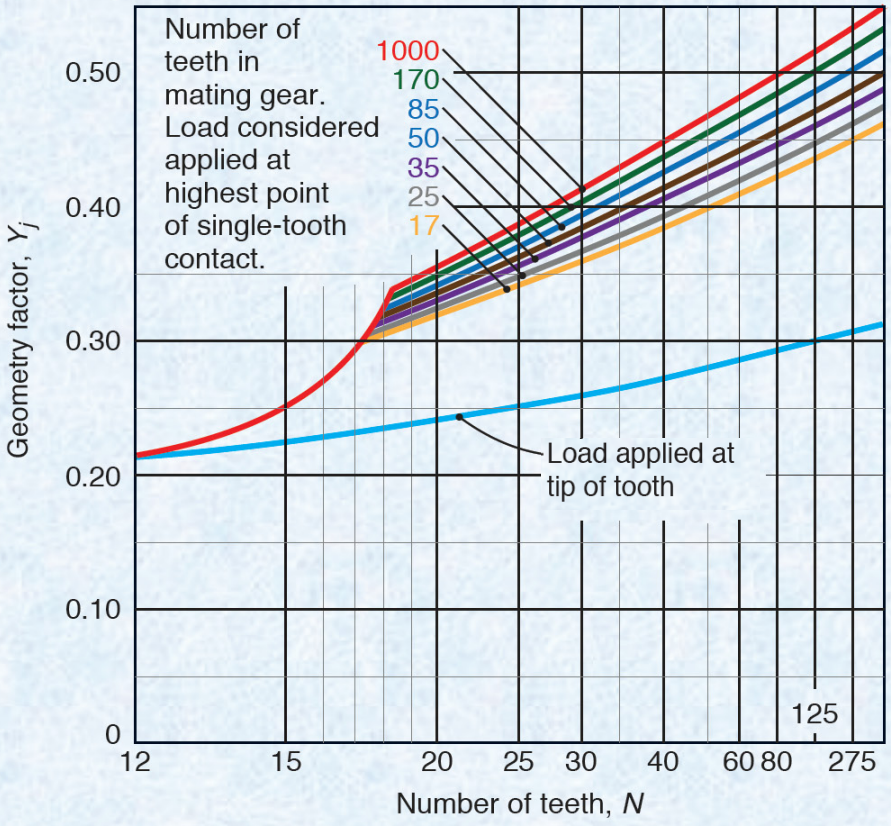
K >= 1.0 เสมอ

Y_J : Geometry factor
คือ Y ซึ่งรวมผลของ root fillet stress-concentration factor

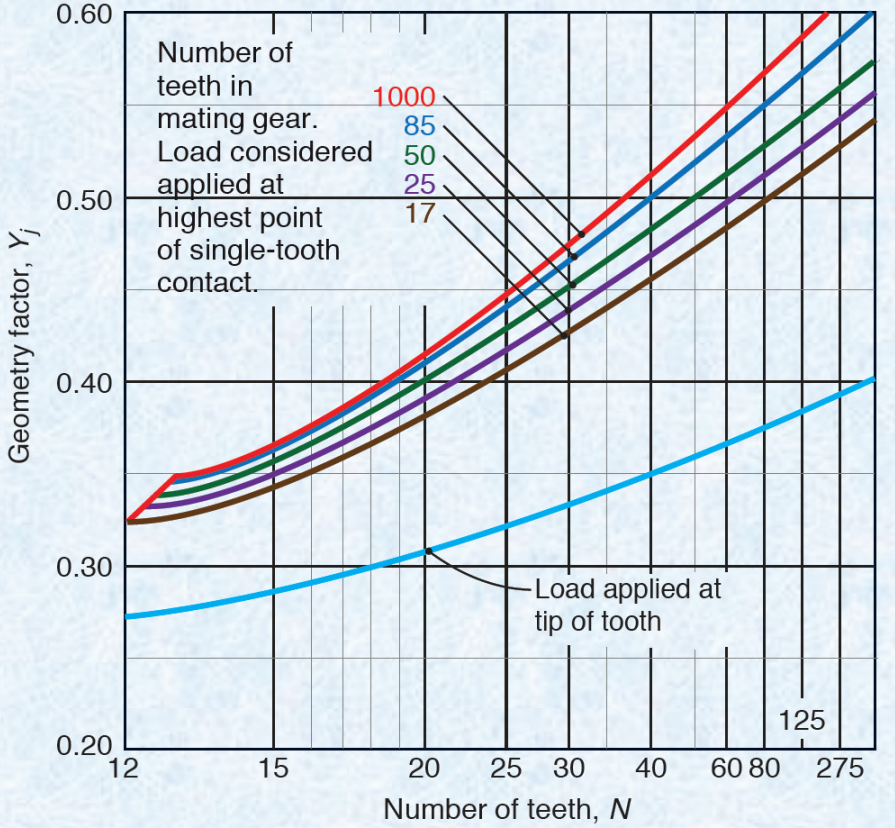
Geometry factor (Y_J)

$$s_t = \frac{W_t}{F Y_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

Bending strength geometry factor YJ for full depth teeth spur gears



20° pressure angle



25° pressure angle

Overload factor (K_O)

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

Suggested overload factors, K_O

	Driven Machine			
Power source	Uniform	Light shock	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.50	1.75
Light shock	1.20	1.40	1.75	2.25
Moderate shock	1.30	1.70	2.00	2.75

Power sources

Uniform: Electric motor, Constant-speed gas turbine

Light shock: Water turbine, variable-speed drive

Moderate shock: Multicylinder engine

Driven machine

Uniform: Continuous-duty generator

Light shock: Fans and low speed centrifugal pump, variable-duty generators, uniform loaded conveyors

Moderate shock: High-speed centrifugal pumps, reciprocating pumps and compressors, heavy duty conveyors, machine tool drives

Heavy shock: Rock crushers, punch press drivers

Size factor (K_s)

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

Suggested size factors, K_s

Diametral pitch, Pd	Metric module, m	Size factor, K_s
>=5	<=5	1.00
4	6	1.05
3	8	1.15
2	12	1.25
1.25	20	1.40

ฟันเฟืองส่วนใหญ่จะมีค่า K_s เท่ากับ 1
ฟันขนาดใหญ่ใช้ค่า K_s เพิ่มมากขึ้น

Load dist. factor (K_m)

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

ใช้เพื่อชดเชยเนื่องจากภาระที่ฟันเฟืองรับไม่สม่ำเสมอตลอดทั้งเส้นสัมผัส
ถ้าการกระจายภาระของฟันเฟืองสม่ำเสมอตลอดทั้งเส้นสัมผัส และตลอดเวลาที่ขบ $K_m = 1.0$

สาเหตุที่ทำให้การกระจายภาระไม่สม่ำเสมอ

1. รูปร่างฟันไม่ถูกต้อง
2. การเยื้องศูนย์
3. การเสียรูปของเฟือง, เพลา, แบริ่ง, housing, โครงสร้าง
4. Clearance ระหว่างเพลา, เฟือง, แบริ่ง, housing
5. การเสียรูปเนื่องจากอุณหภูมิ
6. การดัดแปลงรูปร่างเฟือง เช่น การทำ crowning, end relief

แนวทางการลดค่า K_m (min = 1.0)

1. ใช้เฟืองที่มี high quality number
2. Narrow face widths
3. วางเฟืองตรงกลางระหว่างแบริ่ง
4. Short shaft spans between bearing
5. Large shaft diameters (high stiffness)
6. Rigid stiff housings
7. High precision, small clearance on all drive components

Load dist. factor (K_m)

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

Load distribution factor (K_m) หาได้จาก

$$K_m = 1.0 + C_{mc}\left(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e\right)$$

C_{mc} = lead correction factor

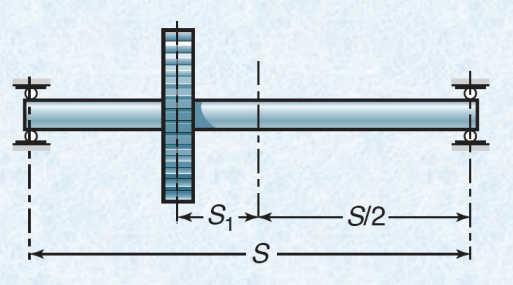
C_{mc} = 1 for uncrowned teeth

C_{mc} = 0.8 for crowned teeth

C_{pm} = pinion proportion modifier

C_{pm} = 1 S1/S $<$ 0.175

C_{pm} = 1.1 S1/S $\geq$ 0.175

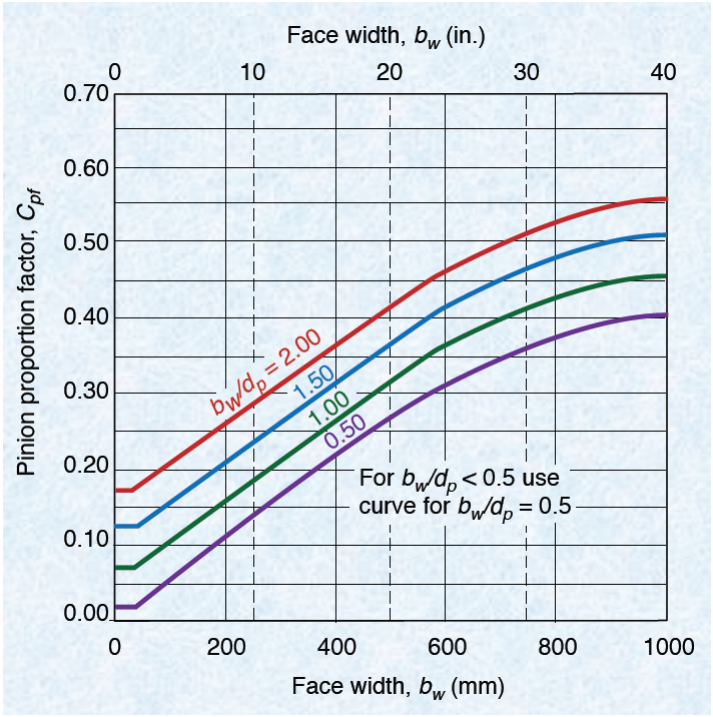


C_{pf} = pinion proportion factor

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.025 \qquad F \leq 1 \text{ in}$$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F \qquad 1 < F \leq 17 \text{ in}$$

d, d_p = pinion diameter



Load dist. factor (K_m)

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

Load distribution factor (K_m) หาได้จาก

$$K_m = 1.0 + C_{mc}\left(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e\right)$$

C_e = mesh alignment correction factor

C_e = 0.8 for gearing adjusted at assembly, compatibility is improved by lapping

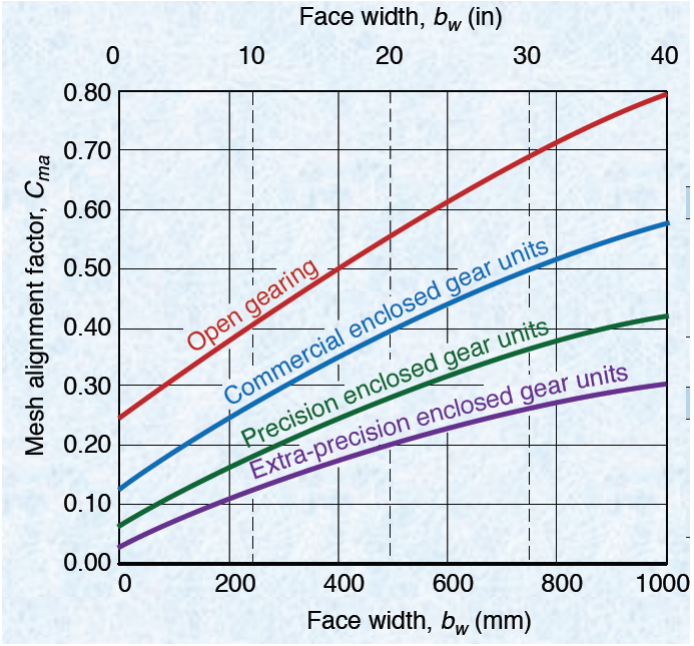
C_e = 1 for all other conditions

C_{ma} = mesh alignment factor

$$C_{ma} = A + BF + CF^2$$

Condition	A	B	C
Open gearing	0.247	0.0167	-0.765(10^{-4})
Commercial, enclosed units	0.127	0.0158	-0.093(10^{-4})
Precision, enclosed units	0.0675	0.0128	-0.926(10^{-4})
Extraprecision enclosed gear units	0.00360	0.0102	-0.822(10^{-4})

* Face width F in Inches



Rim thickness factor (K_B)

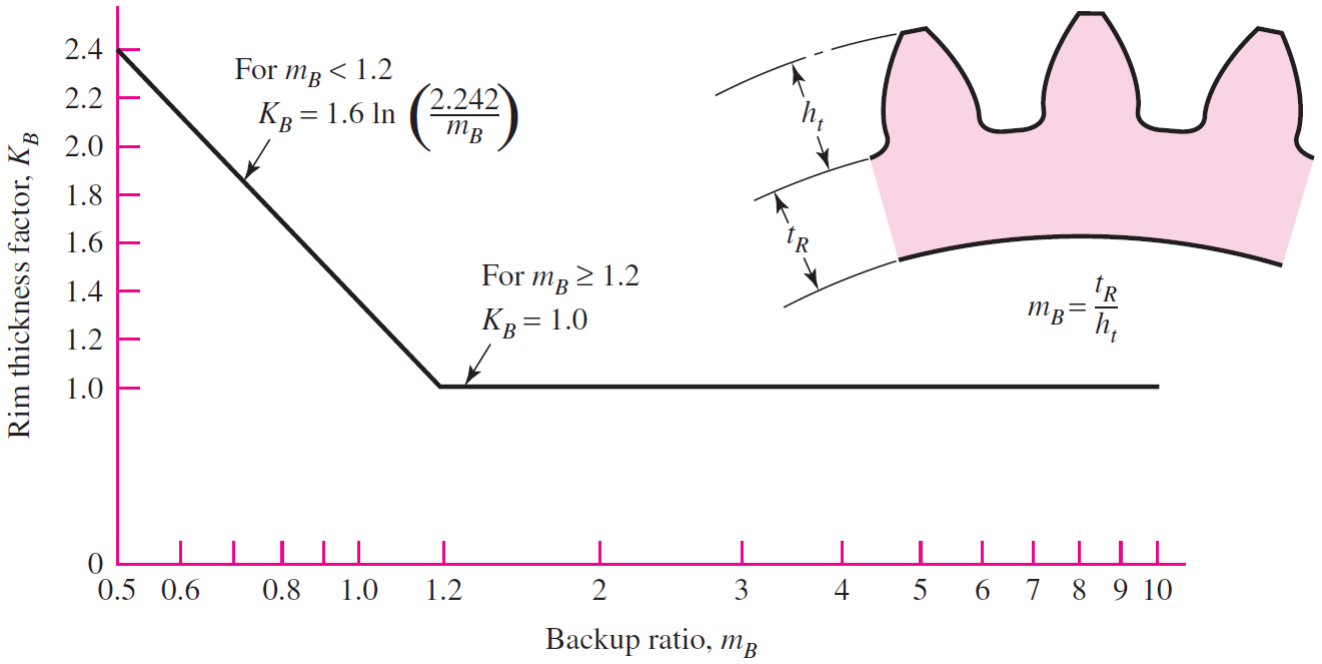
$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

ใช้เพื่อชดเชยในกรณีที่ความหนาขอบของเฟืองน้อย ซึ่งส่งผลโดยตรงต่อ bending stress

$$K_b = 1.6 \ln \frac{2.242}{m_B} \qquad m_B < 1.2$$

$$K_b = 1 \qquad m_B \geq 1.2$$

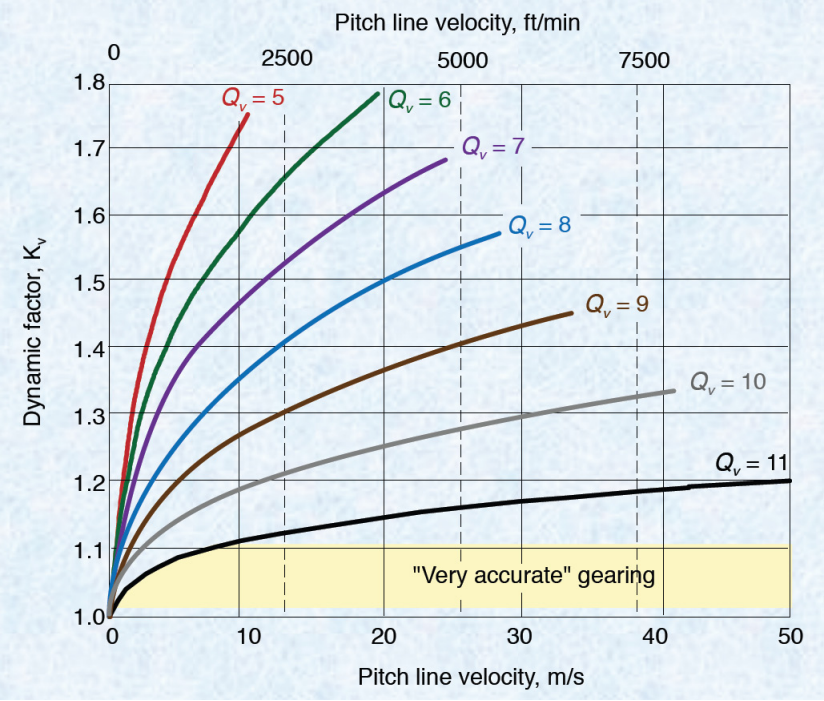
$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$



Dynamic factor (K_v)

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

ใช้เพื่อชดเชยผลของการสั่นสะเทือน การกระแทก ซึ่งทำให้ภาระที่ฟันเฟืองรับสูงกว่าภาระที่ฟันเฟืองต้องส่งกำลัง



$$K_v = \left(\frac{A + C\sqrt{v_t}}{A} \right)^B$$

$$A = 50 + 56(1.0 - B)$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{0.667}$$

$C = 1$ for v_t in ft/min

$C = \sqrt{200}$ for v_t in m/s

Q_v = Gear quality number

v_t = Pitch line velocity

Maximum recommended pitch line velocity:

$$v_{t,\max} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{C^2}$$

Selection of material (bending stress)

AGMA Equation (bending)
คำนวณจากภาระที่เฟืองต้องรับ

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m} K_O K_s K_m K_B K_v$$

$<$

Adjusted Allowable Bending Stress Numbers
ขึ้นกับสมบัติวัสดุ

$$s'_{at} = s_{at} \frac{Y_N}{SF \cdot K_R}$$

s_{at} : Allowable bending stress
Y_N : Bending strength stress cycle number
K_R : Reliability factor
SF : factor of safety (design decision)

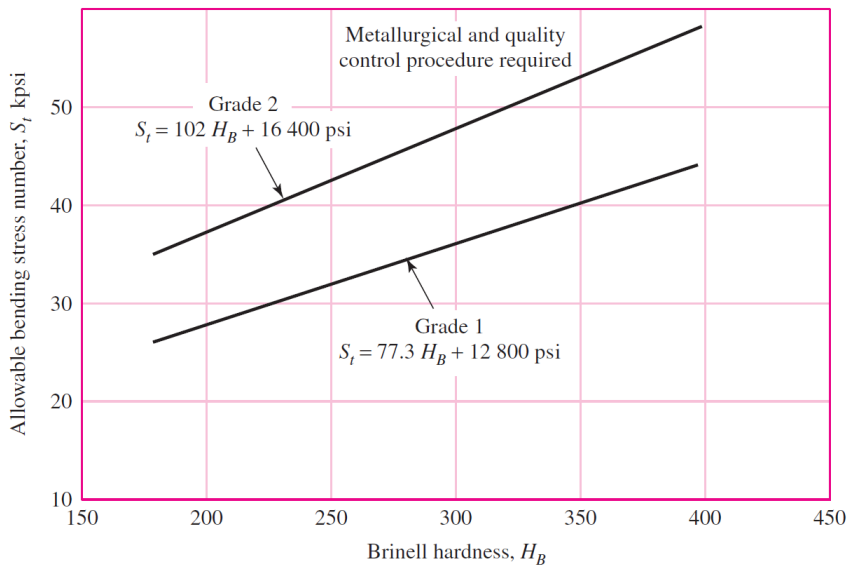
K_R : Reliability factor

Reliability	K_R
0.90, one failure in 10	0.85
0.99, one failure in 100	1.00
0.999, one failure in 1000	1.25
0.9999, one failure in 10000	1.50

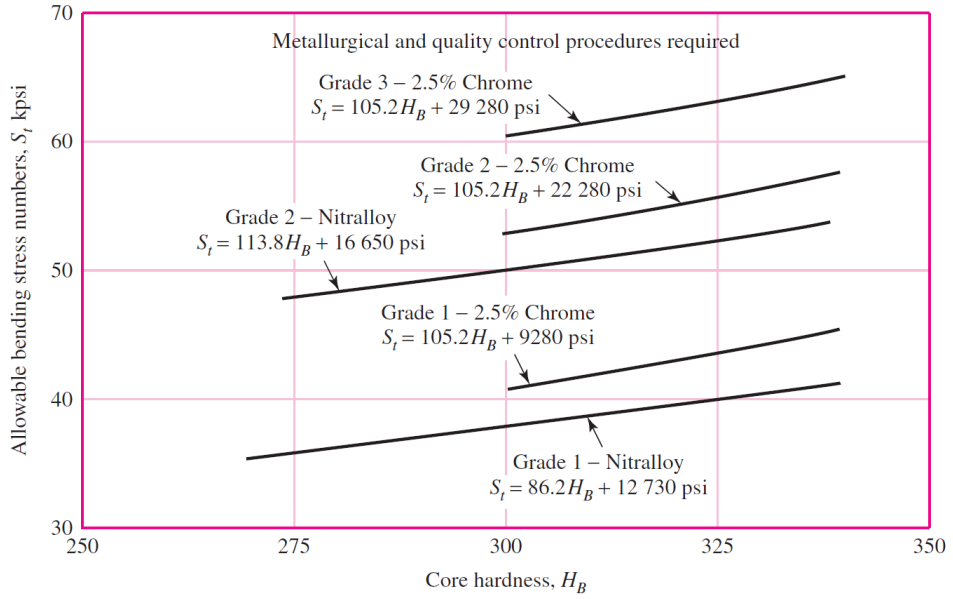
SF : factor of safety (design decision)

- ใช้ชดเชย ความไม่แน่นอนในการวิเคราะห์ออกแบบ สมบัติวัสดุ ความผิดพลาดในการผลิต
- เนื่องจาก factor ต่างๆ ถูกรวมในสมการออกแบบไปแล้ว **SF ที่แนะนำอยู่ในช่วง 1.00-1.50**

Allowable bending stress, S_{at}

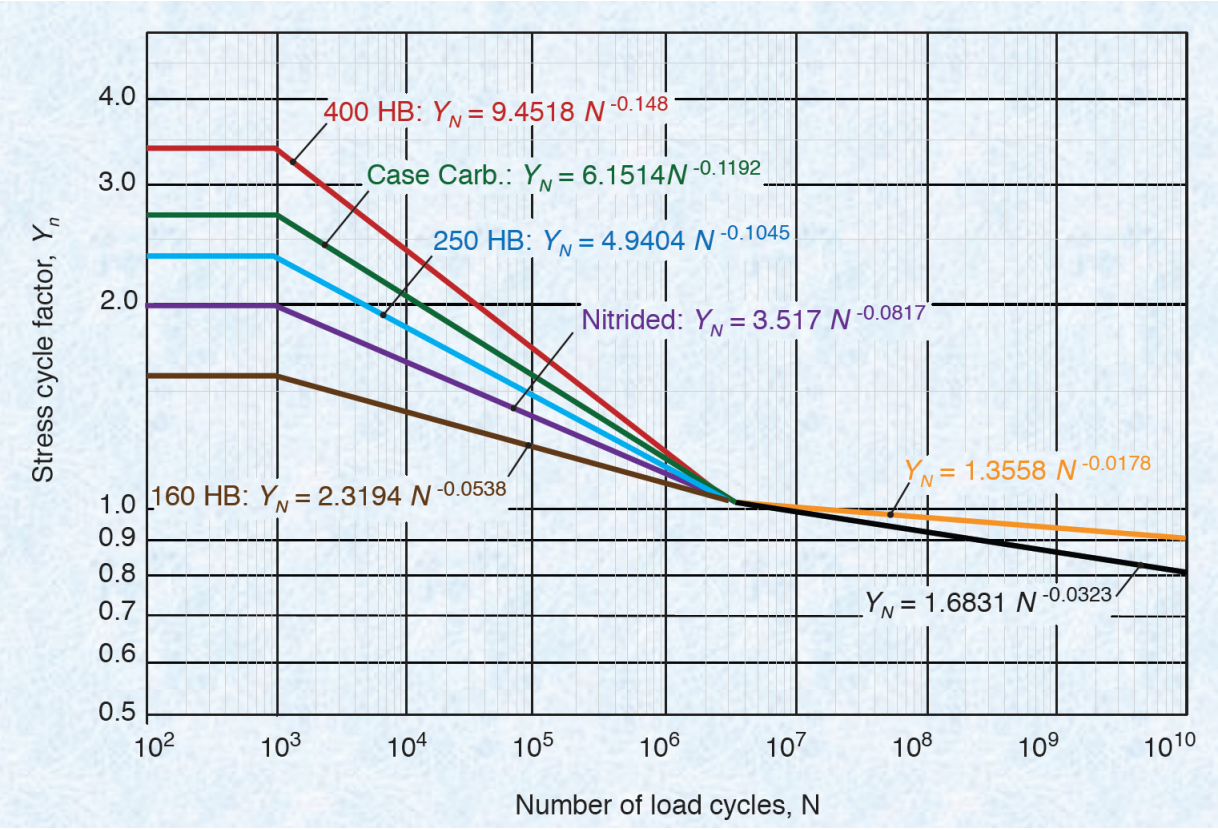


Allowable bending stress number for through-hardened steels



Allowable bending stress number for nitriding steel gears

Bending strength stress cycle number, Y_n



$$N = 60Lnq$$

N : expected number of cycles of loading

L : design life in hours

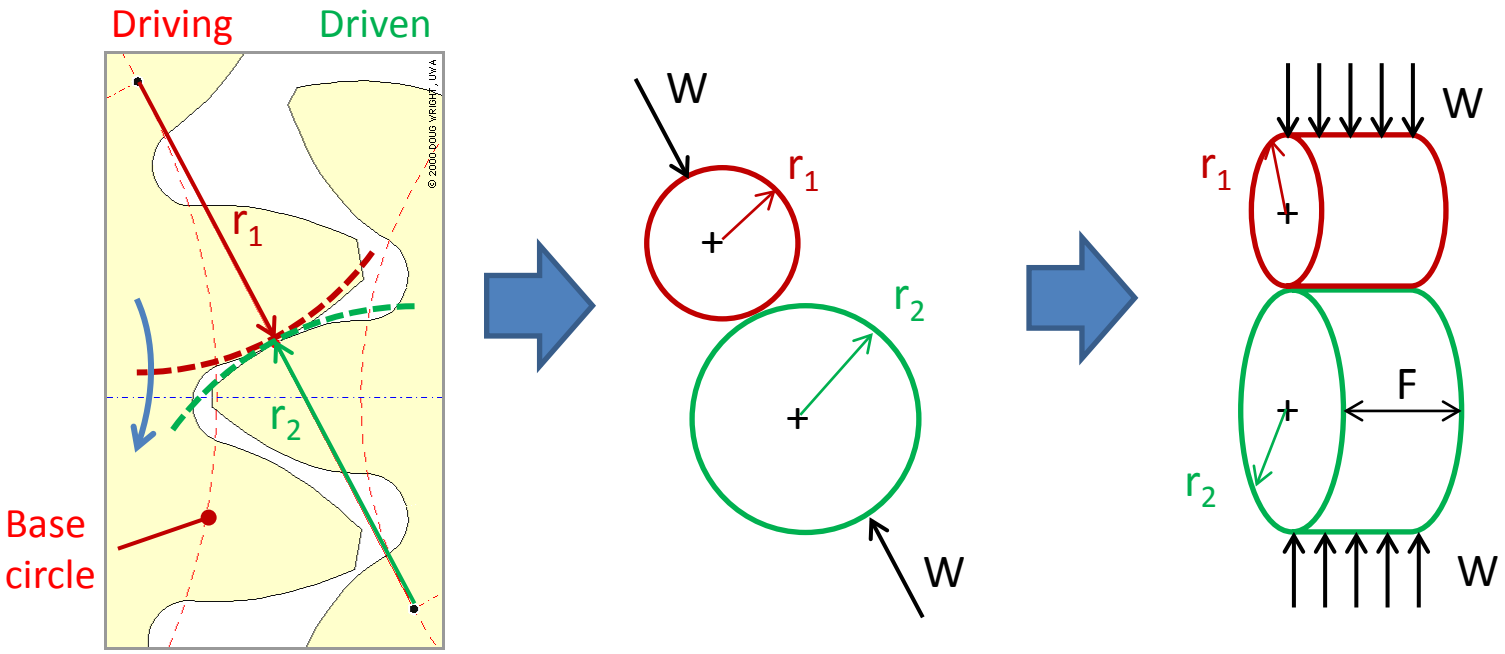
n : rotational speed of the gear (rpm)

q : number of load applications per revolution

Bending strength stress cycle number, Y_n

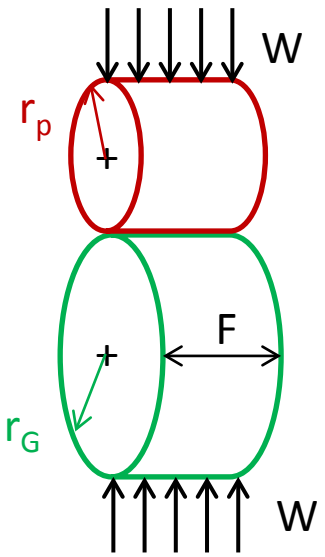
Application	Design life (h)
Domestic appliances	1,000-2,000
Aircraft engines	1,000-4,000
Automotive	1,500-5,000
Agricultural equipment	3,000-6,000
Elevators, industrial fan, multipurpose gearing	8,000-15,000
Motors, industrial blowers, general industrial machines	20,000-30,000
Pumps and compressors	40,000-60,000
Critical equipment in continuous 24-h operation	100,000-200,000

Gear tooth contact stress (1)



- การกดอัดกันของฟันเฟืองสามารถจำลองได้เป็นการกดอัดกันของทรงกระบอก 2 อัน
- r คือรัศมีของ Involute curve ในขณะนั้น (ไม่ใช่รัศมีของเฟือง)
- รัศมี r เปลี่ยนไปตามตำแหน่งการขบ
- แรง W เป็นแรงที่กระทำในทิศทางของมุมกด $T = W \cdot r_b = W_t \cdot r$ และ $W \cos\phi = W_t$
- ความเค้นกดที่จุดสัมผัสสามารถหาได้โดยใช้สมการของเฮิรตซ์ (Hertzian stress)

Gear tooth contact stress (1)



Hertzian stress หาได้จาก

$$\sigma = \left[\frac{W(1/r_1 + 1/r_2)}{F\pi[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]} \right]^{1/2}$$

$$\sigma = C_p \left[\frac{2W_t}{F\cos\phi\sin\phi}\left(\frac{1}{d_P} + \frac{1}{d_G}\right) \right]^{1/2}$$

กำหนด Cp (Elastic coefficient)

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]} \right]^{1/2}$$

$$r_1 = (d_P \sin\phi)/2$$

$$r_2 = (d_G \sin\phi)/2$$

$$W = W_t/\cos\phi$$

$$\sigma = C_p \left[\frac{2W_t}{Fd_P\cos\phi\sin\phi}\left(\frac{m_G + 1}{m_G}\right) \right]^{1/2}$$

กำหนด I (Geometry factor)

$$I = \frac{\cos\phi\sin\phi}{2}\frac{m_G}{m_G + 1}$$

$$m_G = Z_G/Z_P = d_G/d_P$$

$$\sigma = C_p \left[\frac{W_t}{Fd_P I} \right]^{1/2}$$

สมการพื้นฐานในการออกแบบตามคำแนะนำของ AGMA

AGMA Stress Equation (contact)

Hertzian stress

$$\sigma = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} \right]^{1/2}$$

AGMA Equation (Contact)

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

โดย

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]} \right]^{1/2}$$

$$I = \frac{\cos\phi \sin\phi}{2} \frac{m_G}{m_G + 1}$$

d_P : Pitch diameter (pinion)

F : Face width

K_O : Overload factor

K_s : Size factor

K_m : Load-distribution factor

K_v : Dynamic factor

หาได้เช่นเดียวกับกรณี Bending stress

Elastic coefficient, C_p

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]} \right]^{1/2}$$

Subscript: 1 - Pinion

2- Gear

Table 14–8

Elastic Coefficient C_p (Z_E), $\sqrt{\text{psi}}$ ($\sqrt{\text{MPa}}$) *Source:* AGMA 218.01

Pinion Material	Pinion Modulus of Elasticity E_p psi (MPa)*	Gear Material and Modulus of Elasticity E_G, lbf/in² (MPa)*: Steel 30×10^6 (2×10^5)	Malleable Iron 25×10^6 (1.7×10^5)	Nodular Iron 24×10^6 (1.7×10^5)	Cast Iron 22×10^6 (1.5×10^5)	Aluminum Bronze 17.5×10^6 (1.2×10^5)	Tin Bronze 16×10^6 (1.1×10^5)
Steel	30×10^6 (2×10^5)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Malleable iron	25×10^6 (1.7×10^5)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Nodular iron	24×10^6 (1.7×10^5)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Cast iron	22×10^6 (1.5×10^5)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Aluminum bronze	17.5×10^6 (1.2×10^5)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Tin bronze	16×10^6 (1.1×10^5)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

Poisson's ratio = 0.30.

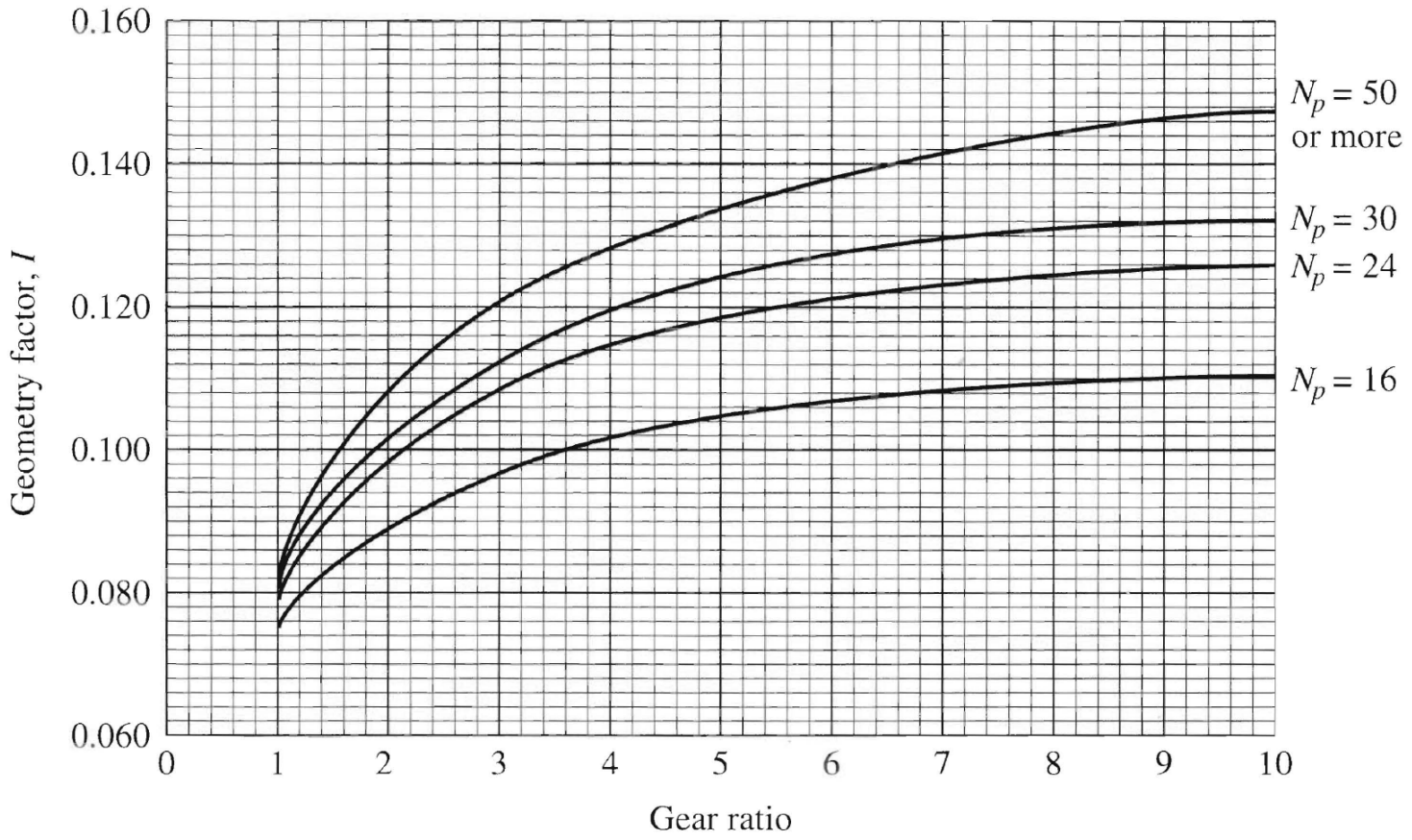
*When more exact values for modulus of elasticity are obtained from roller contact tests, they may be used.

Geometry factor, I

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

$$I = \frac{\cos\phi \sin\phi}{2} \frac{m_G}{m_G + 1}$$

$$m_G = Z_G / Z_P = d_G / d_P$$



(*a*) 20° pressure angle, full-depth teeth (standard addendum = $1/P_d$)

Selection of material (Contact stress)

AGMA Equation (contact)

คำนวณจากภาระที่เฟืองต้องรับ

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

$<$

Adjusted Allowable Contact Stress Numbers

ขึ้นกับสมบัติวัสดุ

$$s'_{ac} = s_{ac} \frac{Z_N C_H}{SF \cdot K_R}$$

s_{ac} : Allowable contact stress

Z_N : Pitting resistance stress cycle number factor

C_H : Hardness ratio factor

เหมือนกรณี Bending ← K_R : Reliability factor

SF : factor of safety (design decision)

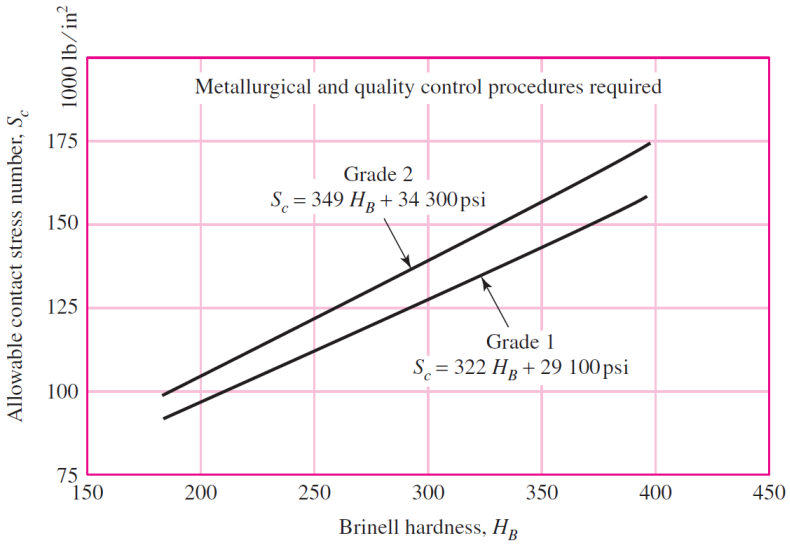
K_R : Reliability factor

Reliability	K_R
0.90, one failure in 10	0.85
0.99, one failure in 100	1.00
0.999, one failure in 1000	1.25
0.9999, one failure in 10000	1.50

SF : factor of safety (design decision)

- ใช้ชดเชย ความไม่แน่นอนในการวิเคราะห์ออกแบบ สมบัติวัสดุ ความผิดพลาดในการผลิต
- เนื่องจาก factor ต่างๆ ถูกรวมในสมการออกแบบไปแล้ว **SF ที่แนะนำอยู่ในช่วง 1.00-1.50**

Allowable contact stress, S_{ac}



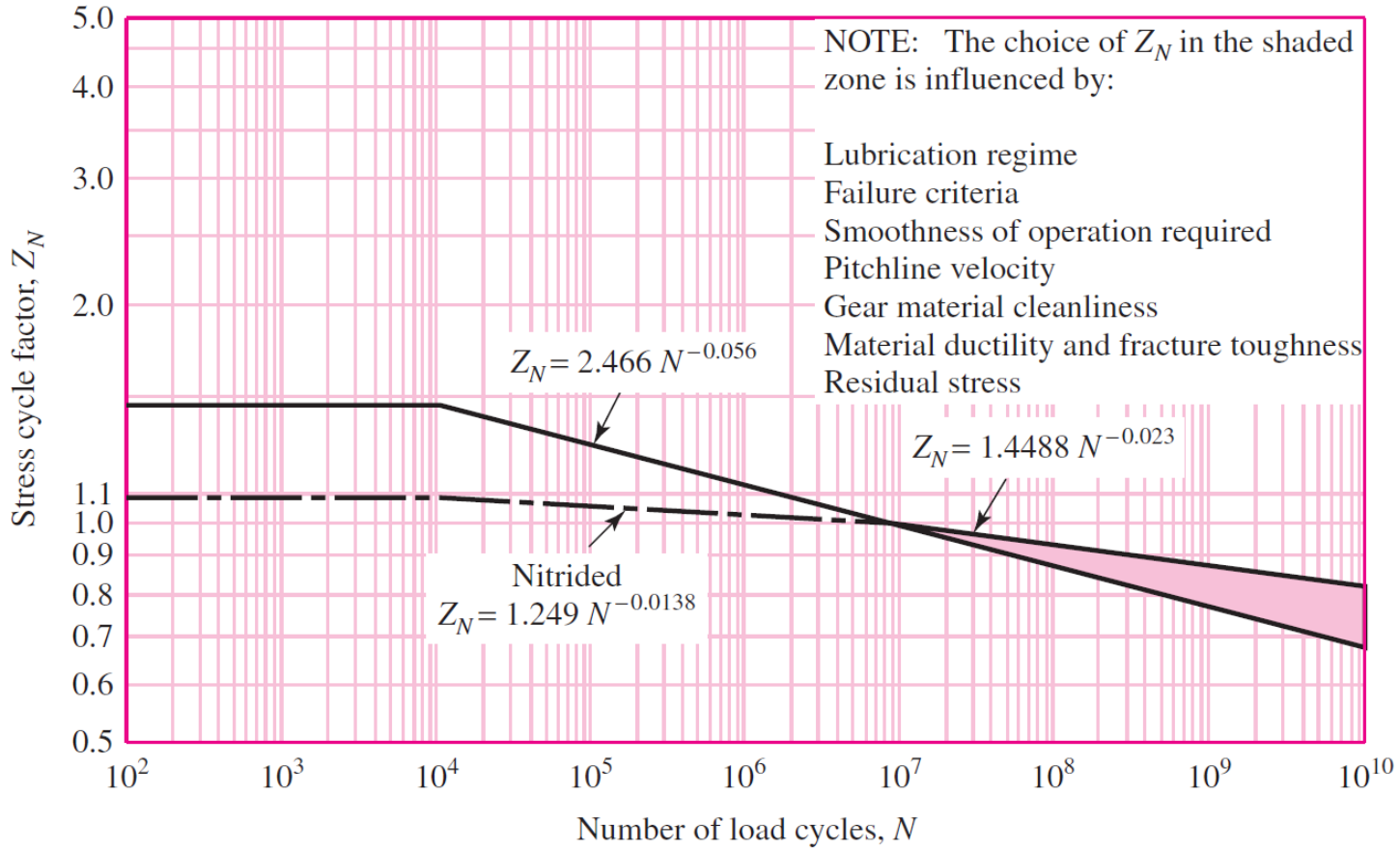
Contact-fatigue strength Sc at 107 cycles and 0.99 reliability for through-hardened steel gears.

ANSI/AGMA 2001-D04 and 2101-D04.

Repeatedly Applied Contact Strength Sc at 10^7 Cycles and 0.99 Reliability for Steel Gears ANSI/AGMA 2001-D04.

Material Designation	Heat Treatment	Minimum Surface Hardness[1]	Allowable Contact Stress Number,[2] S_c, psi		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel[3]	Through hardened[4]	See Fig. 14–5	See Fig. 14–5	See Fig. 14–5	—
	Flame[5] or induction hardened[5]	50 HRC	170 000	190 000	—
		54 HRC	175 000	195 000	—
	Carburized and hardened[5]	See Table 9*	180 000	225 000	275 000
	Nitrided[5] (through hardened steels)	83.5 HR15N	150 000	163 000	175 000
		84.5 HR15N	155 000	168 000	180 000
2.5% chrome (no aluminum)	Nitrided[5]	87.5 HR15N	155 000	172 000	189 000
Nitralloy 135M	Nitrided[5]	90.0 HR15N	170 000	183 000	195 000
Nitralloy N	Nitrided[5]	90.0 HR15N	172 000	188 000	205 000
2.5% chrome (no aluminum)	Nitrided[5]	90.0 HR15N	176 000	196 000	216 000

Pitting resistance stress cycle number factor, Z_N



$$N = 60Lnq$$

N : expected number of cycles of loading

L : design life in hours

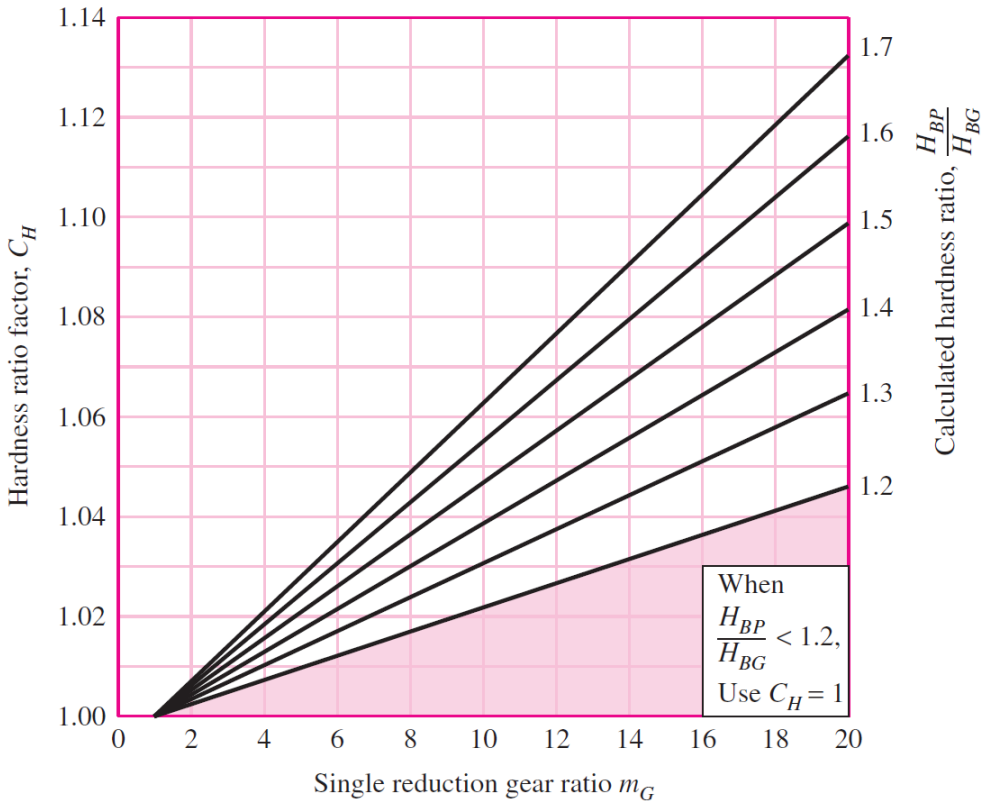
n : rotational speed of the gear (rpm)

q : number of load applications per revolution

เหมือนกรณี Bending

Hardness ratio factor, C_H

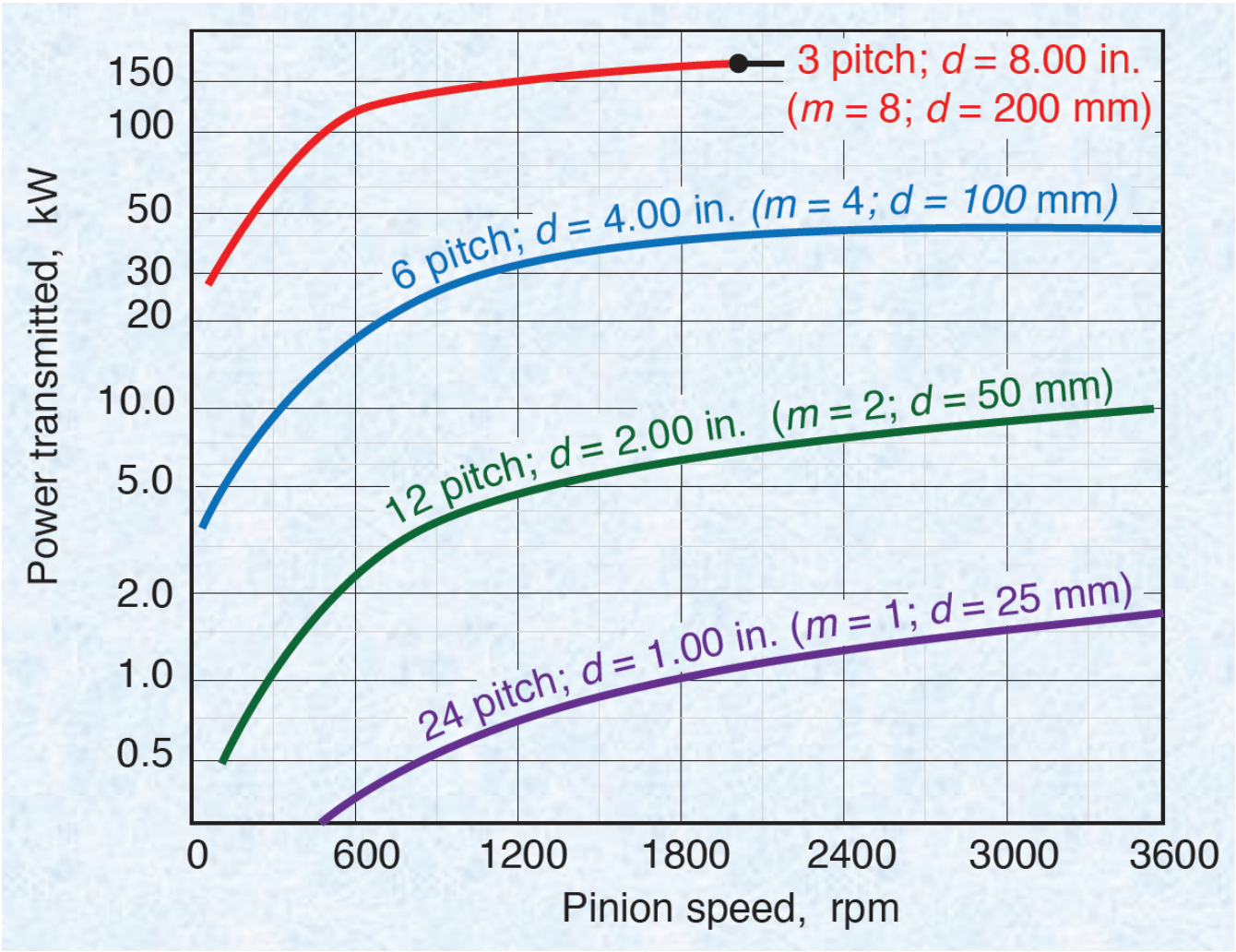
- โดยปกติ Pinion มีขนาดเล็ก จึงมีรอบการหมุนขบมากกว่า Gear
- ถ้าให้ Pinion มีผิวแข็งกว่า Gear จะทำเพิ่ม capacity ของ pitting resistance
- H_{BP} : Brinell hardness of pinion
- H_{BG} : Brinell hardness of gear
- C_H ใช้กรณีคำนวณ Gear เท่านั้น (Pinion ไม่ใช้)
- ถ้าใช้ความแข็ง Pinion - Gear เท่ากัน $C_H = 1$



Design Guidelines

1. อัตราทดของเฟืองตรงไม่ควรเกิน 1:6 (Pinion เล็กเกินไป-เสี่ยงเกิดการขัดกัน Gear ใหญ่เกินไป-น้ำหนัก ขนาดรวมของระบบ)
2. ถ้าต้องการอัตราทดมากกว่า 1:6 ควรพิจารณาการใช้เฟืองทดหลายๆ ระดับ
3. ความกว้างของหน้าฟันที่แนะนำอยู่ในช่วง **8m < F < 16m** ค่าทั่วไปประมาณ **12m**
4. ถ้าความกว้างมากเกินไป อาจเกิดปัญหา alignment ฟันไม่สัมผัสกันตลอดทั้งฟัน
5. ที่ระยะห่างเพลาเท่ากัน เฟืองที่ขนาดฟันเล็ก+จำนวนฟันมาก (อัตราส่วนขบมาก) จะทำงานได้เรียบและเงียบกว่าเฟืองที่ขนาดฟันใหญ่+จำนวนฟันน้อย (อัตราส่วนการขบน้อย)
6. การเลือกจำนวนฟัน Pinion น้อย จะทำให้ระบบเฟืองเล็ก แต่ต้องตรวจสอบการขัดกัน
7. ถ้าคู่เฟืองมีจำนวนฟัน 20:40 ฟันคู่เดิมจะมาขบกันอีกเมื่อ Pinion หมุนเพียง 2 รอบ หากเปลี่ยนเป็น 20:41 ฟันคู่เดิมจะมาขบกันอีกเมื่อ Pinion หมุน 41 รอบ การทำเช่นนี้เรียกว่าการใส่ **Hunting tooth** ทำให้การสึกหรอเป็นอย่างสม่ำเสมอ อายุการใช้งานยาวนานขึ้น

Design Guidelines



Data for all curves:

$m_G = 4$, $N_P = 24$

$K_O = 1.0$, Class 1 service

20° full-depth teeth

Example

A gear pair is to be designed to transmit 15 kW of power to a large meat grinder in a commercial meat processing plant. The pinion is attached to the shaft of an electric motor rotating at 575 rpm. The gear must operate at 270-280 rpm. The gear unit will be enclosed and of commercial quality. Commercially hobbed (quality number 5), 20°, full depth, involute gears are to be used in the metric module system. The maximum center distance is to be 200 mm. Specify the design of the gears. [Ex.9-6 Machine Elements in Mechanical Design. Robert L. Mott]