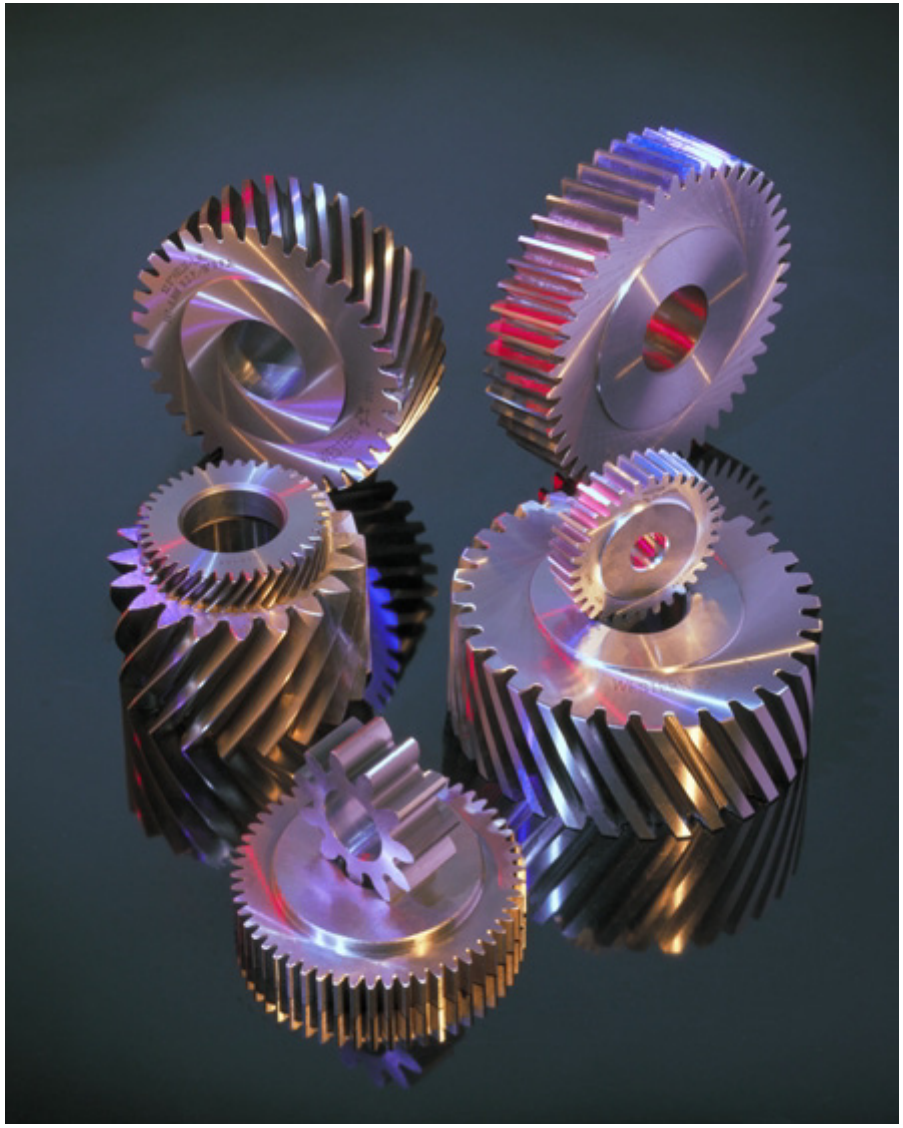
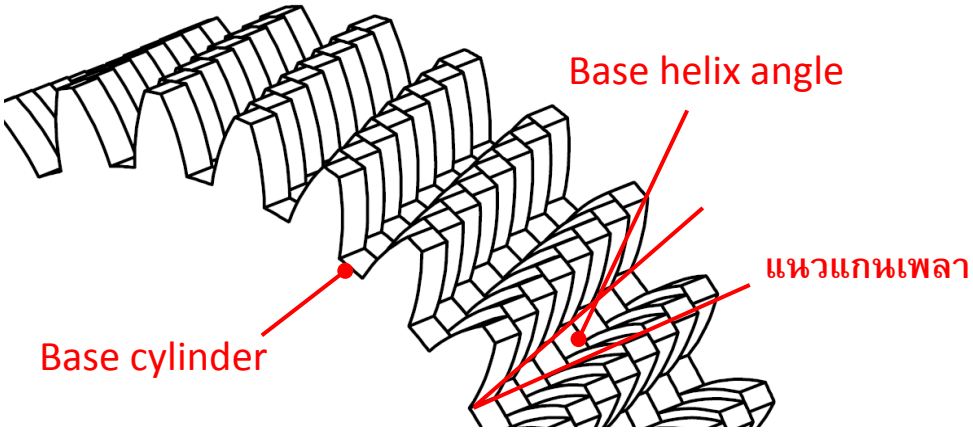
Helical Gear

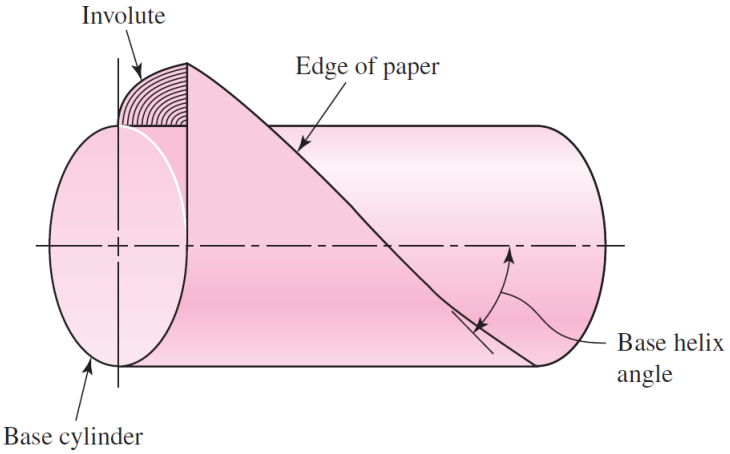


2103320 Des Mach Elem
Mech. Eng. Department
Chulalongkorn University

Helix angle

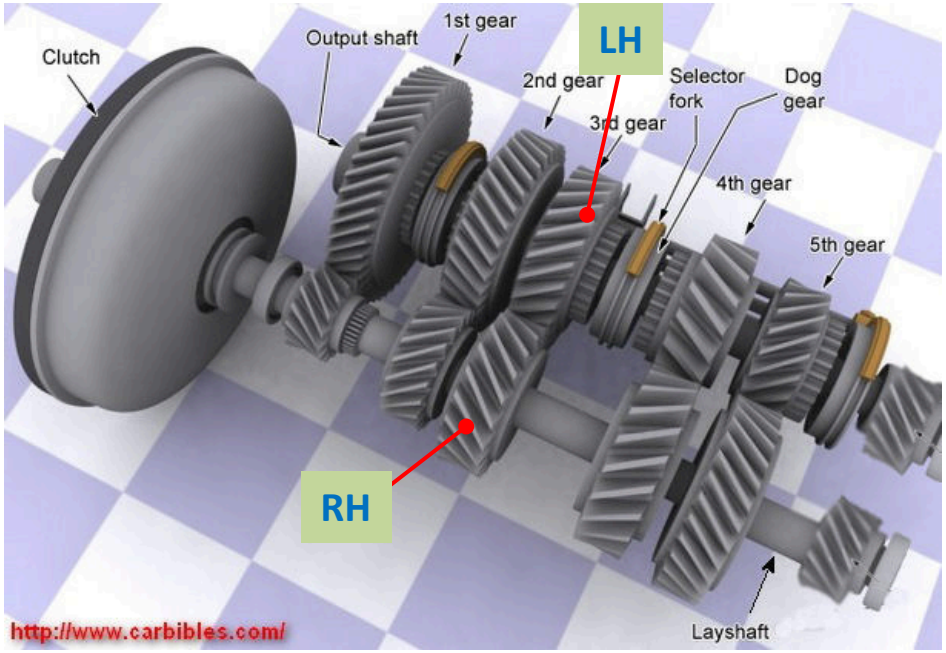
- เฟืองเฉียง (Helical gear) สามารถพิจารณาเหมือนกับเฟืองตรงบางๆ หลายๆ อันวางซ้อนเหลื่อมกัน
- มุมที่เอียงเหลื่อมกันเมื่อวัดที่ Base cylinder จะเรียกว่า **Base helix angle**, ψ_b หรือ β_b
- มุมเอียงเหลื่อมกันเมื่อวัดที่ cylinder อื่นๆ จะไม่เท่ากัน
- มุมเอียงเหลื่อมที่ Pitch cylinder เรียก **Helix angle**, ψ หรือ β (ทั่วไปมีค่า 15°–45°)
- ความสัมพันธ์ของ Helix angle ที่ cylinder c ใดๆ หาได้จาก $\dfrac{\tan\psi_c}{\tan\psi} = \dfrac{D_c}{D}$

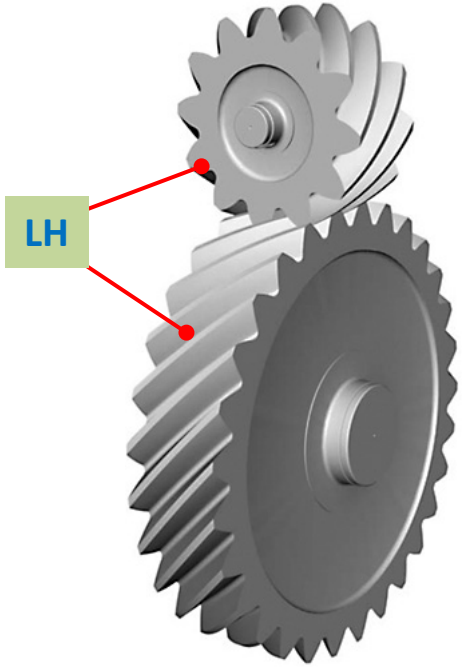




LH-RH Helix

- มุมฮีลิกซ์เอียงซ้าย (Left-Hand) : มองจากแกน มุมเอียงไปทางซ้าย
- มุมฮีลิกซ์เอียงขวา (Right-Hand) : มองจากแกน มุมเอียงไปทางขวา
- เฟืองเฉียงเพลาขนานกันจะขบกันได้ ต้องเป็น LH ขบกัน RH
- Crossed helical gears จะเป็น RH ขบกับ RH, หรือ LH ขบกับ LH

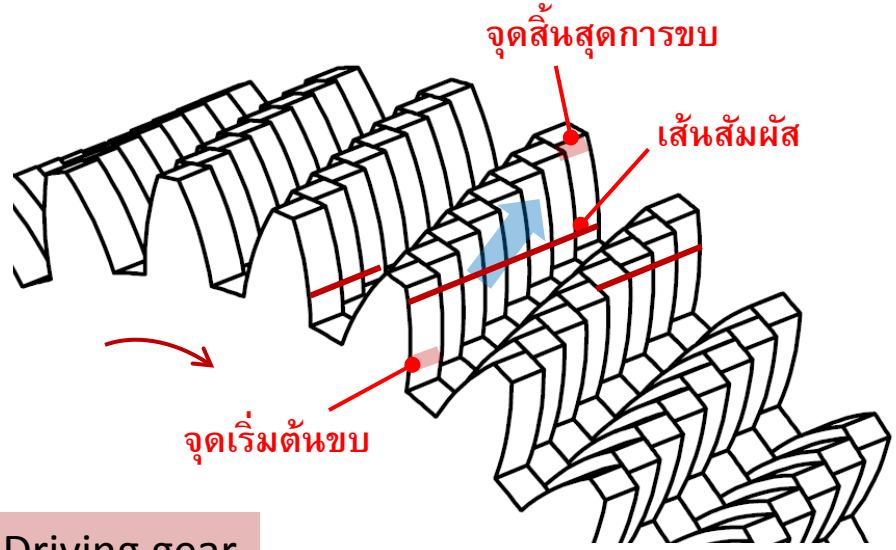




Crossed helical gears

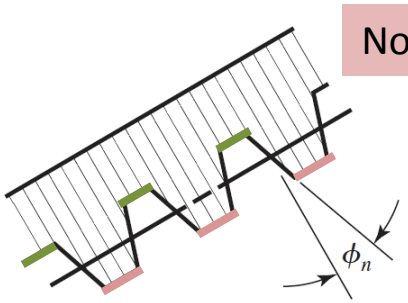
Contact of helical gear

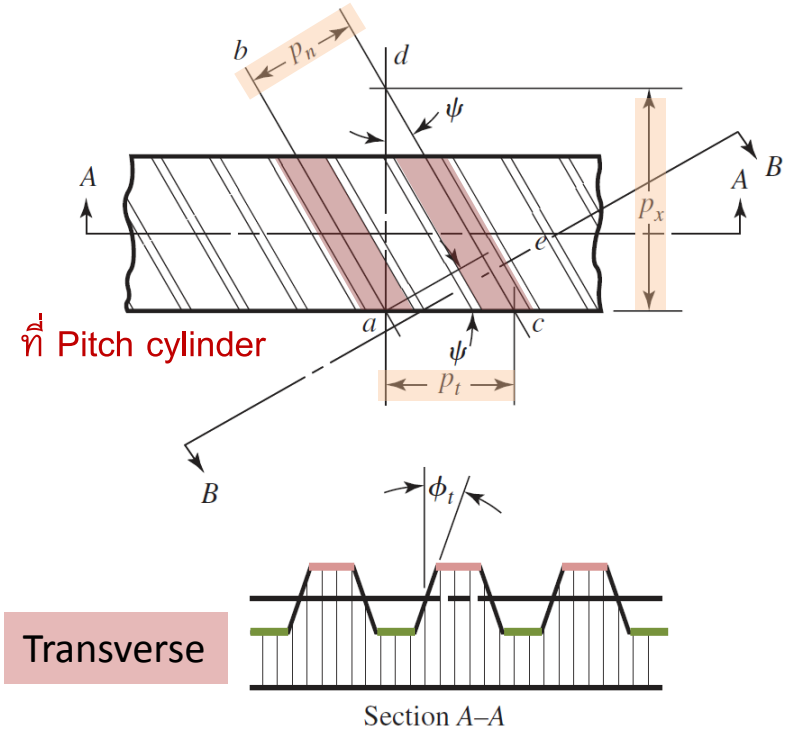
- เฟืองเฉียงเริ่มต้นสัมผัสเป็นจุด ต่อมาสัมผัสเป็นเส้น และสิ้นสุดการสัมผัสเป็นจุด
- การขบของฟันในแต่ละช่วงเวลามากกว่าเฟืองตรง (ส่วนใหญ่มากกว่า 2 ฟัน ในแต่ละช่วงเวลา)
- ภาระที่ฟันเฟืองแต่ละฟันรับในแต่ละช่วงเวลาน้อยกว่าเฟืองตรง ทำให้ที่ขนาดใกล้เคียงกันเฟืองเฉียงรับภาระรวมได้มากกว่าเฟืองตรง



Driving gear

Geometry & Nomenclature (1)





ที่ Pitch cylinder

Circular pitch (p) or Transverse circular pitch (p_t)

ระยะระหว่างฟันกับฟัน ในแนว transverse

$$p = \pi D / N$$

Normal circular pitch (p_n)

ระยะระหว่างฟันกับฟัน ในแนว normal

$$p_n = p\cos\psi = \pi D\cos\psi / N$$

Axial pitch (p_x)

ระยะระหว่างฟันกับฟัน ตามแนวแกน

$$p_x = p/\tan\psi$$

Diametral pitch & Module

Diametral pitch (P_d)

อัตราส่วนจำนวนฟันกับเส้นผ่าศูนย์กลาง

$$P_d = N/D$$

Transverse module (m or m_t)

อัตราส่วนเส้นผ่าศูนย์กลางกับจำนวนฟัน

$$m = D/N$$

เหมือน Spur gear

Normal diametral pitch (P_{nd})

คือค่า P_d เทียบเท่าเมื่อคิดในแนว normal

$$P_{nd} = N/(D\cos\psi) = P_d/\cos\psi$$

$$P_d p = (N/D)\cdot(\pi D/N) = \pi$$

$$P_{dn} p_n = (P_d/\cos\psi)\cdot(p\cos\psi) = \pi$$

Normal module (m_n)

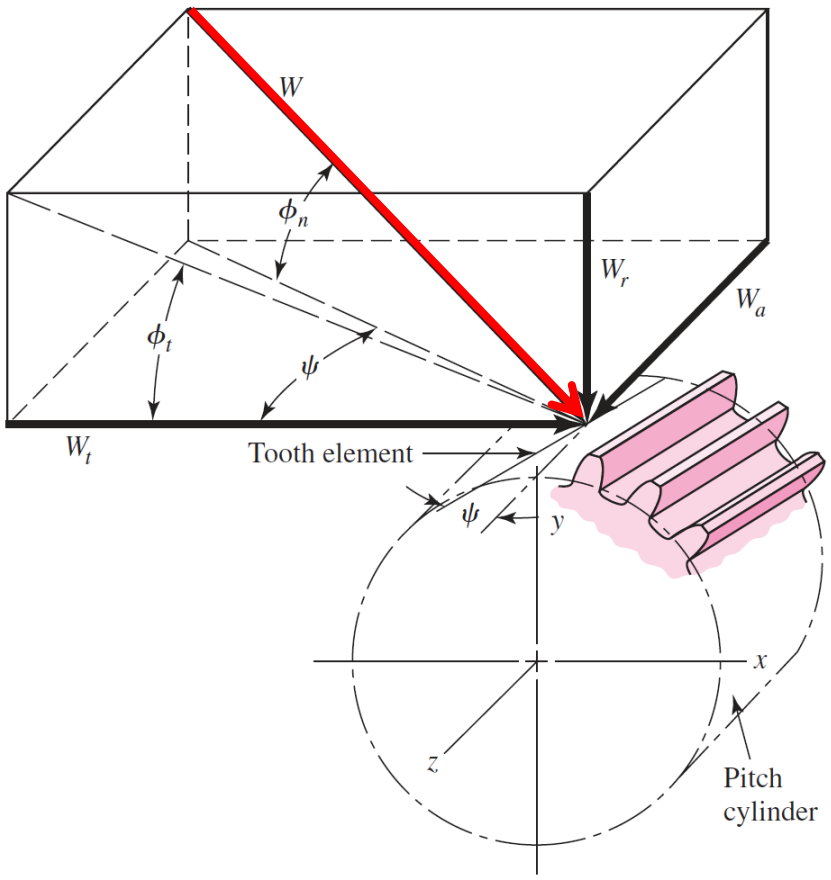
คือค่า m เทียบเท่าเมื่อคิดในแนว normal

$$m_n = D\cos\psi/N = m\cos\psi$$

Standard Tooth Proportions

Quantity		Pinion	Gear
Addendum	a	m_n	m_n
Dedendum	b	$1.25m_n$	$1.25m_n$
Pitch circle diameter	D_1, D_2	$N_1 m_t = N_1 m_n / \cos\psi$	$N_2 m_t = N_2 m_n / \cos\psi$
Tip circle diameter	D_{a1}, D_{a2}	$D_1 + 2m_n$	$D_2 + 2m_n$
Root circle diameter	D_{r1}, D_{r2}	$D_1 - 2*1.25m_n$	$D_2 - 2*1.25m_n$
Base circle diameter	D_{b1}, D_{b2}	$D_1 \cos\phi_t$	$D_2 \cos\phi_t$
Center distance		$(D_1 + D_2)/2 = m_t(N_1 + N_2)/2$	

Gear force analysis (1)



W : Total force

W_r : Radial component

W_a : Axial component, thrust load

W_t : Tangential component, Transmitted load

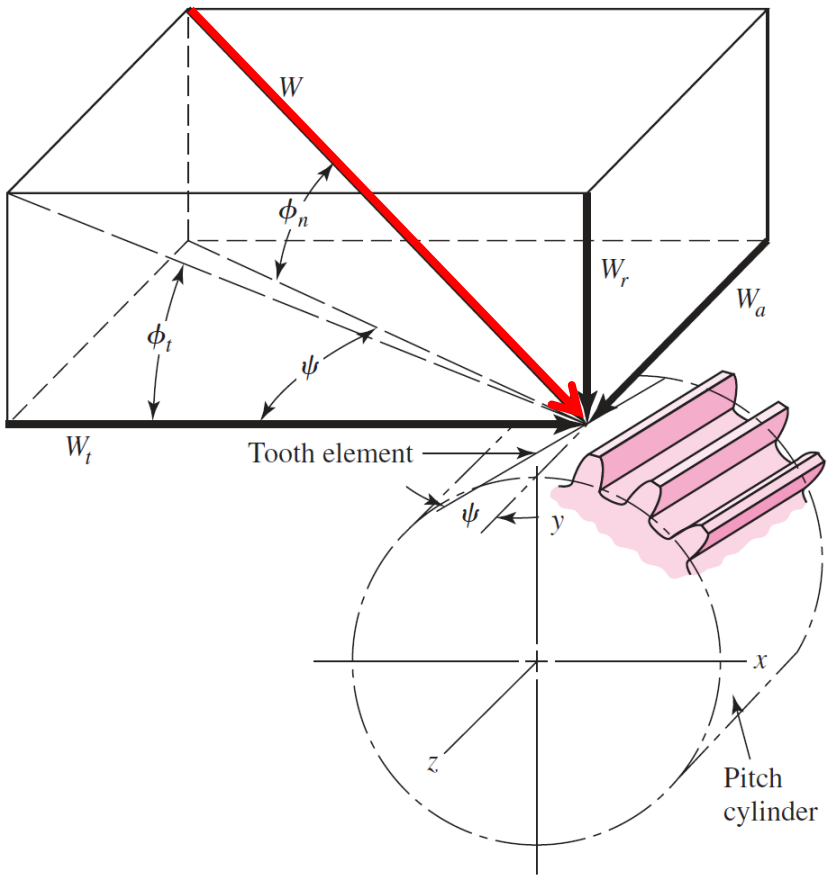
ψ : Helix angle

ϕ_n : Normal pressure angle
มุมที่แรง W ทำกับระนาบสัมผัส

ϕ_t : Transverse pressure angle
มุมที่แรง W_t ทำกับระนาบสัมผัส

- เฟืองเฉียงมีแรงในแนวแกนเพิ่มมาจากเฟืองตรง
- จำเป็นต้องใช้แบริ่งที่รับแรงในแนวแกนในการประกอบ

Gear force analysis (2)



จากรูปจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$W_r = W \sin\phi_n$$

$$W_a = W \cos\phi_n \sin\psi$$

$$W_t = W \cos\phi_n \cos\psi$$

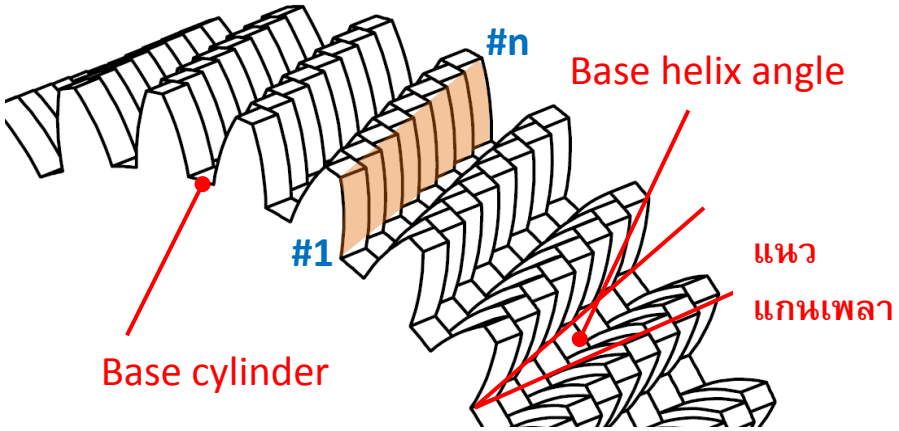
$$\tan\phi_t = \frac{W_r}{W_t} = \frac{W \sin\phi_n}{W \cos\phi_n \cos\psi} = \frac{\tan\phi_n}{\cos\psi}$$

$$\tan\phi_t \cos\psi = \tan\phi_n$$

Contact ratio (1)

- เนื่องจากเฟืองเฉียงสามารถพิจารณาได้เป็นเฟืองตรงบางๆ หลายๆ ชั้นวางเหลื่อมกัน
- เมื่อ section#1 ขบเสร็จสิ้นแล้ว section ต่อๆ มาของฟันยังขบไม่เสร็จ แสดงให้เห็นว่าระยะการขบของแต่ละฟันของเฟืองเฉียงมากกว่าเฟืองตรง

- Contact ratio CR แสดงจำนวนฟันโดยรวมที่ขบกันในแต่ละเวลา
- หากพิจารณา section#1 contact ratio จะเหมือน spur gear เรียก contact ratio นี้ว่า **Transverse contact ratio (CR_T)**
- ผลของมุมฮีลิกซ์จะทำให้จำนวนฟันที่ขบกันในแต่ละขณะเวลาเพิ่มขึ้น เรียก contact ratio นี้ว่า **Overlap contact ratio หรือ Face contact ratio (CR_F)**



$$CR = CR_T + CR_F$$

Contact ratio (2)

Transverse contact ratio (CR_T)

หาได้เหมือนกรณี spur gear

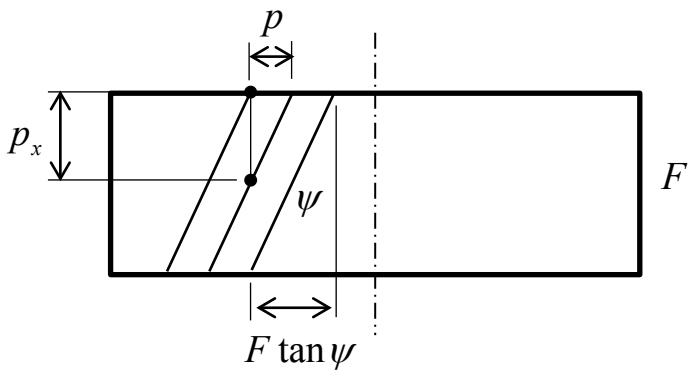
$$CR_T = \frac{\overline{AB}}{p_b}$$

$$\overline{AB} = \left\{\sqrt{(r_2 + a_2)^2 - (r_2 \cos\phi_t)^2} - r_2 \sin\phi_t\right\} + \left\{\sqrt{(r_1 + a_1)^2 - (r_1 \cos\phi_t)^2} - r_1 \sin\phi_t\right\}$$

$$p_b = \frac{2\pi r_b}{N} = \frac{2\pi r \cos\phi_t}{N} = p\cos\phi_t$$

Face contact ratio (CR_F)

$$CR_F = \frac{F}{p_x} = \frac{F\tan\psi}{p}$$



Total contact ratio $CR = CR_T + CR_F$

Helical Gear Parameters and relations

Parameters	Symbol	Formulas
Pitch diameter	D	
Base diameter	D_b	$D\cos\phi_t = D_b$
Helix angle	ψ	$\dfrac{\tan\psi_c}{\tan\psi} = \dfrac{D_c}{D}$, $\tan\psi_b = \tan\psi\cos\phi_t$
Base helix angle	ψ_b	
Circular pitch	p	$p = \pi D/N$
Normal circular pitch	p_n	$p_n = p\cos\psi = \pi D\cos\psi/N$
Axial pitch	p_x	$p_x = p/\tan\psi$
Diametral pitch	P_d	$P_d = N/D$
Normal Diametral pitch	P_{nd}	$P_{nd} = N/(D\cos\psi) = P_d/\cos\psi$
Module	m	$m = D/N$
Normal module	m_n	$m_n = D\cos\psi/N = m\cos\psi$
Pressure angle	ϕ	$\tan\phi_t\cos\psi = \tan\phi_n$
Normal pressure angle	ϕ_n	

AGMA Stress Equation (bending)

American Gear Manufacturers Association (AGMA) ได้แนะนำการออกแบบเฟืองเฉียง โดยใช้สมการเช่นเดียวกับเฟืองตรงดังนี้

AGMA Equation (bending)

$$s_t = \frac{W_t}{F Y_J m_t} K_O K_s K_m K_B K_v$$

W_t : Tangential force
m_t : Transverse module
F : Face width

K_O : Overload factor
K_s : Size factor
K_m : Load-distribution factor
K_B : Rim thickness factor
K_v : Dynamic factor

หาเช่นเดียวกับ Spur gear ใช้กราฟตารางเดียวกันได้

ต่างกับ Spur gear

$$Y_J = Y'_J \cdot K$$

Y'_J : Geometry factor
K : Modifying factor

Geometry factor (Y_J)

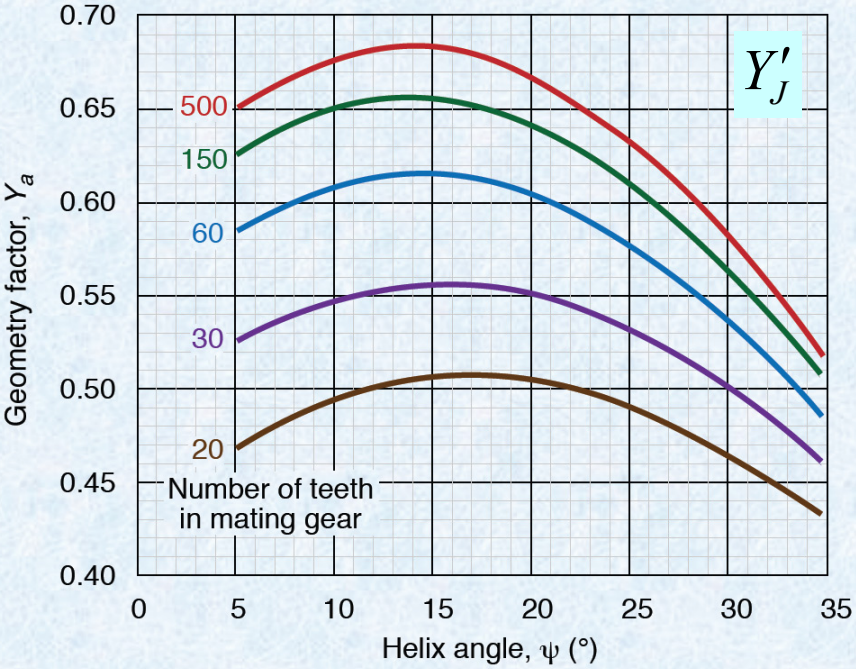
$$s_t = \frac{W_t}{F Y_J m_t} K_O K_s K_m K_B K_v$$

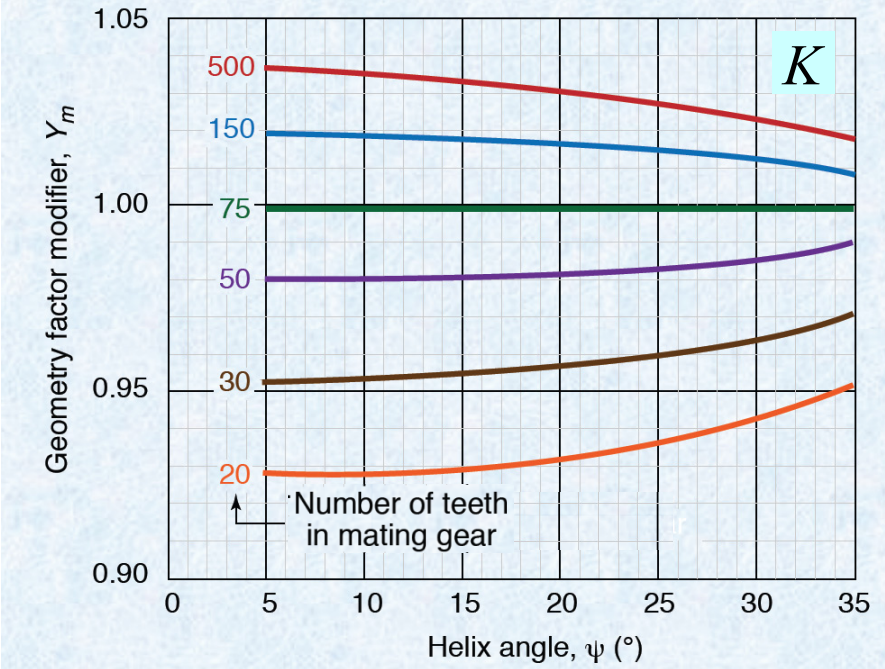
Geometry factor Y_J

Helical gear having 20° normal pressure angle

Face-contact ratio $CR_F \geq 2$

$$Y_J = Y'_J \cdot K$$





Value for Y'_J is for an element of indicated numbers of teeth and a 75-tooth mate.

The modifying factor can be applied to the Y'_J factor when other than 75 teeth are used in the mating element.

Selection of material (bending stress)

AGMA Equation (bending)

คำนวณจากภาระที่เฟืองต้องรับ

$$s_t = \frac{W_t}{FY_J m_t} K_O K_s K_m K_B K_v$$

$<$

Adjusted Allowable Bending Stress Numbers

ขึ้นกับสมบัติวัสดุ

$$s'_{at} = s_{at} \frac{Y_N}{SF \cdot K_R}$$

s_{at} : Allowable bending stress

Y_N : Bending strength stress cycle number

K_R : Reliability factor

SF : factor of safety (design decision)

ทำเช่นเดียวกับ Spur gear

ใช้กราฟและตารางเดียวกันได้

AGMA Stress Equation (contact)

AGMA Equation (Contact)

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]} \right]^{1/2}$$

d_P : Pitch diameter (pinion)

F : Face width

K_O : Overload factor

K_s : Size factor

K_m : Load-distribution factor

K_v : Dynamic factor

หาได้เช่นเดียวกับกรณี Bending stress และ Spur gear

I : Geometry factor for pitting resistance

ต่างกับ Spur gear

Geometry factor, I (1)

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

Geometry factors for pitting resistance, I, for helical gears with 20° normal pressure angle and standard addendum

Helix angle 15.0°

Gear teeth	Pinion teeth				
	17	21	26	35	55
17	0.124				
21	0.139	0.128			
26	0.154	0.143	0.132		
35	0.175	0.165	0.154	0.137	
55	0.204	0.196	0.187	0.171	0.143
135	0.244	0.241	0.237	0.229	0.209

Helix angle 25.0°

Gear teeth	Pinion teeth					
	14	17	21	26	35	55
14	0.123					
17	0.137	0.126				
21	0.152	0.142	0.130			
26	0.167	0.157	0.146	0.134		
35	0.187	0.178	0.168	0.156	0.138	
55	0.213	0.207	0.199	0.189	0.173	0.144
135	0.248	0.247	0.244	0.239	0.230	0.210

Geometry factor, I (2)

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

Geometry factors for pitting resistance, I, for helical gears with 25° normal pressure angle and standard addendum

Helix angle 15.0°

Gear teeth	Pinion teeth					
	14	17	21	26	35	55
14	0.130					
17	0.144	0.133				
21	0.160	0.149	0.137			
26	0.175	0.165	0.153	0.140		
35	0.195	0.186	0.175	0.163	0.143	
55	0.222	0.215	0.206	0.195	0.178	0.148
135	0.257	0.255	0.251	0.246	0.236	0.214

Helix angle 25.0°

Gear teeth	Pinion teeth						
	12	14	17	21	26	35	55
12	0.129						
14	0.141	0.132					
17	0.155	0.146	0.135				
21	0.170	0.162	0.151	0.138			
26	0.185	0.177	0.166	0.154	0.141		
35	0.203	0.197	0.188	0.176	0.163	0.144	
55	0.227	0.223	0.216	0.207	0.196	0.178	0.148
135	0.259	0.258	0.255	0.251	0.246	0.235	0.213

Selection of material (Contact stress)

AGMA Equation (contact)

คำนวณจากภาระที่เฟืองต้องรับ

$$s_c = C_p \left[\frac{W_t}{F d_P I} K_O K_s K_m K_v \right]^{1/2}$$

$<$

Adjusted Allowable Contact Stress Numbers

ขึ้นกับสมบัติวัสดุ

$$s'_{ac} = s_{ac} \frac{Z_N C_H}{SF \cdot K_R}$$

s_{ac} : Allowable contact stress

Z_N : Pitting resistance stress cycle number factor

C_H : Hardness ratio factor

เหมือนกรณี **Bending** ← K_R : Reliability factor

SF : factor of safety (design decision)

ทำเช่นเดียวกับ Spur gear

ใช้กราฟและตารางเดียวกันได้

Example

A pair of helical gears for a milling machine drive is to transmit 65 hp with a pinion speed of 3450 rpm and a gear speed of 1100 rpm. The power is from an electric motor. Design the gears. [Ex.10-2 Machine Elements in Mechanical Design. Robert L. Mott]