

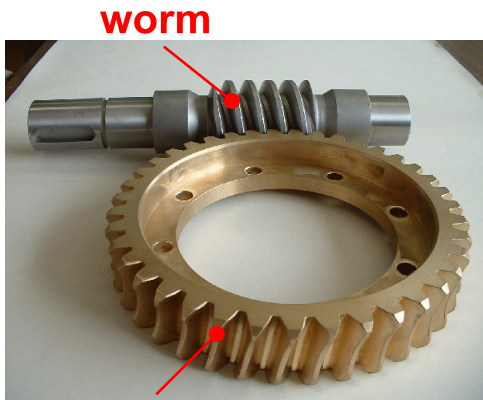
Worm Gear



2103320 Des Mach Elem
Mech. Eng. Department
Chulalongkorn University

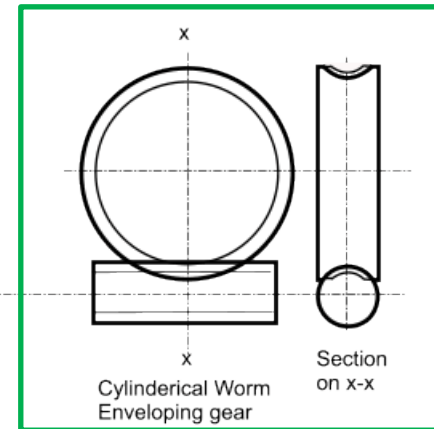
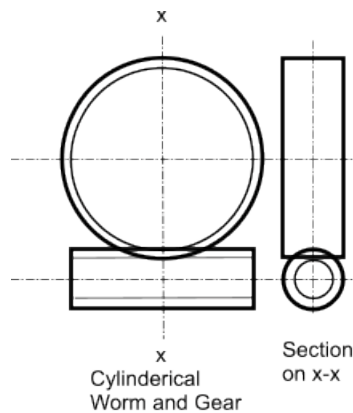
Types of worm gears

ชุดเฟืองหนอน (Worm gear set) ใช้ส่งกำลังสำหรับเพลาคี่ไม่ขนานกัน และไม่ตัดกัน (ส่วนใหญ่ทำมุม 90°) และต้องการอัตราทดสูง แต่ชุดเฟืองหนอนมีการเสียดสีระหว่างฟันมาก จึงมีประสิทธิภาพต่ำ และต้องมีการระบายความร้อนที่เหมาะสม

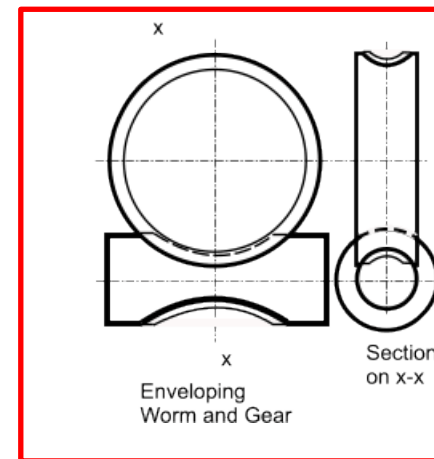
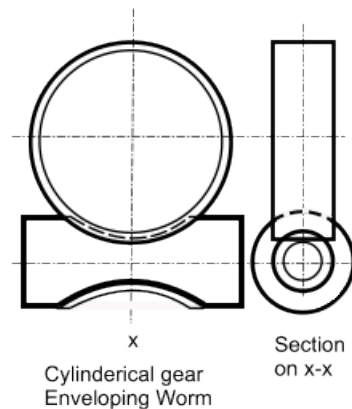


worm

Worm gear



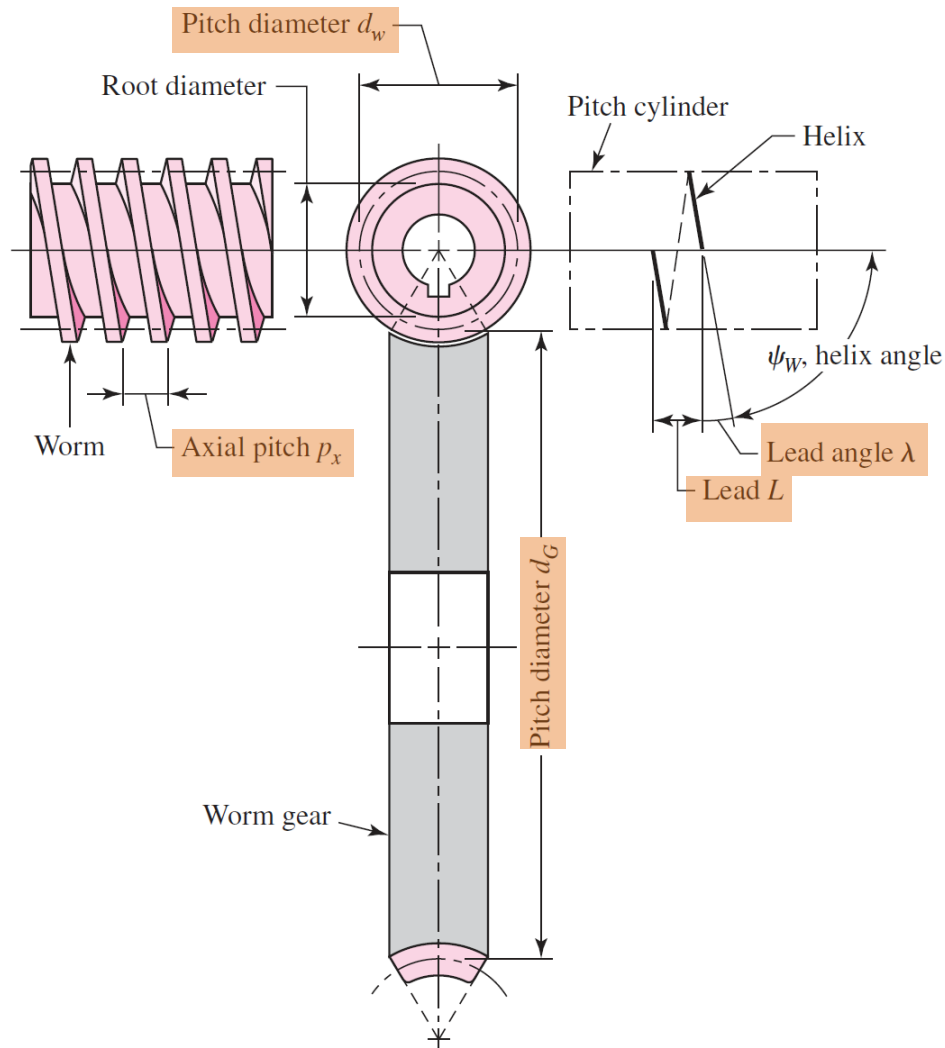
Single Enveloping



Double Enveloping

การทำ Enveloping เพื่อเพิ่มพื้นที่สัมผัส ทำให้รับภาระได้สูงขึ้น แต่ต้องระวังในการติดตั้งให้ได้ศูนย์

Nomenclature and basic relations (1)



Basic requirement (กรณีมุม 90°)

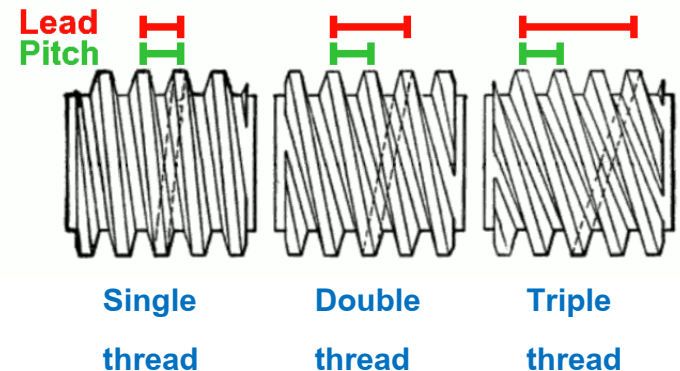
$$\text{Axial pitch } p_x = \text{circular pitch } p = \frac{\pi d_G}{N_G}$$

(Worm)

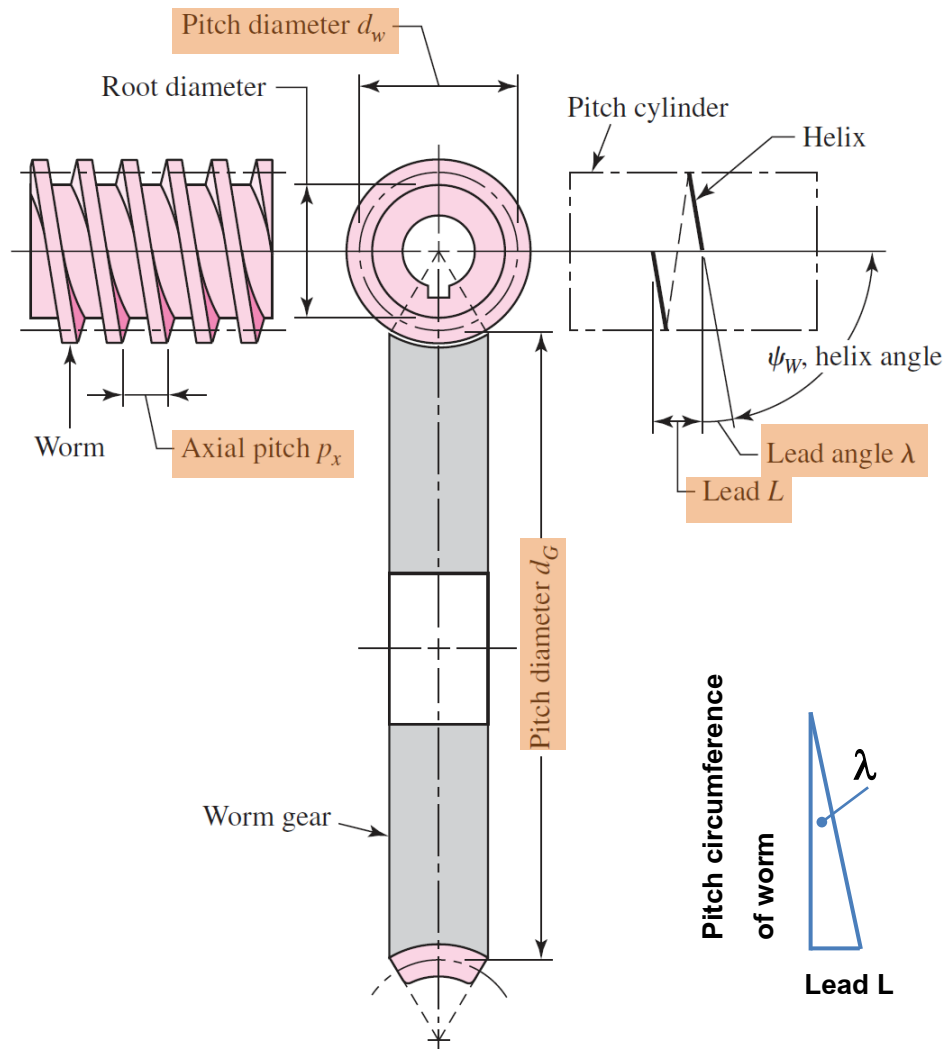
(Worm gear)

Lead L: ระยะในแนวแกนของ worm ที่เคลื่อนที่ไปได้เมื่อหมุน 1 รอบ (เหมือนสลักเกลียว)

N_w : Number of worm threads $L = N_w P_x$



Nomenclature and basic relations (2)



Lead angle λ : มุมระหว่างแนวเอียงของเกลียวหนอนและเส้นตั้งฉากกับแกนของตัวหนอน

$$\tan \lambda = L / (\pi d_w)$$

Velocity ratio VR:

$$VR = \frac{\text{speed of worm}}{\text{speed of gear}} = \frac{N_G}{N_W}$$

Recommended worm diameter

$$\frac{C^{0.875}}{3.0} \leq d_w \leq \frac{C^{0.875}}{1.6}$$

C : center distance

Geometry of worm gear sets

Recommended pressure angles and tooth depths for worm gearing

Lead Angle λ , deg	Pressure Angle ϕ_n , deg
0–15	$14\frac{1}{2}$
15–30	20
30–35	25
35–40	25
40–45	30

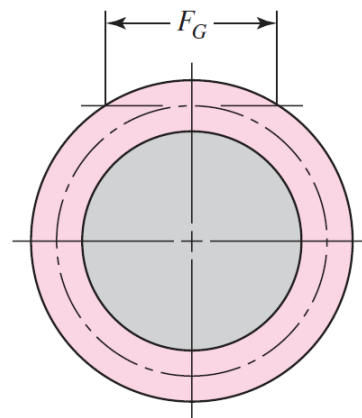
Quantity	Symbol	ϕ_n		
		14.5° $N_W \leq 2$	20° $N_W \leq 2$	25° $N_W > 2$
Addendum	a	$0.3183p_x$	$0.3183p_x$	$0.286p_x$
Dedendum	b	$0.3683p_x$	$0.3683p_x$	$0.349p_x$
Whole depth	h_t	$0.6866p_x$	$0.6866p_x$	$0.635p_x$

*The table entries are for a tangential diametral pitch of the gear of $P_t = 1$.

ความสัมพันธ์ระหว่าง Normal and trans. pressure angle and Lead angle

$$\tan \phi_n = \tan \phi_t \cos \lambda$$

Face Width of Worm Gear



Worm

$$F_G = \left(d_{OW}^2 - d_W^2 \right)^{1/2}$$

d_{OW} : Outside diameter of worm

$$d_{OW} = d_W + 2a$$

Forces in worm gear set (1)

ทำนองเดียวกับ Helical gear แรงส่งกำลังจะตั้งฉากกับผิว คือ

1. แรงตั้งฉากกับเส้นแนวมุมฮีลิคัล (หรือทำมุม = lead angle กับแกน)
2. แรงทำมุมทำกับ normal pressure angle กับระนาบสัมผัสผิวพิตช์

$$W^x = W \cos \phi_n \sin \lambda$$

$$W^y = W \sin \phi_n$$

$$W^z = W \cos \phi_n \cos \lambda$$

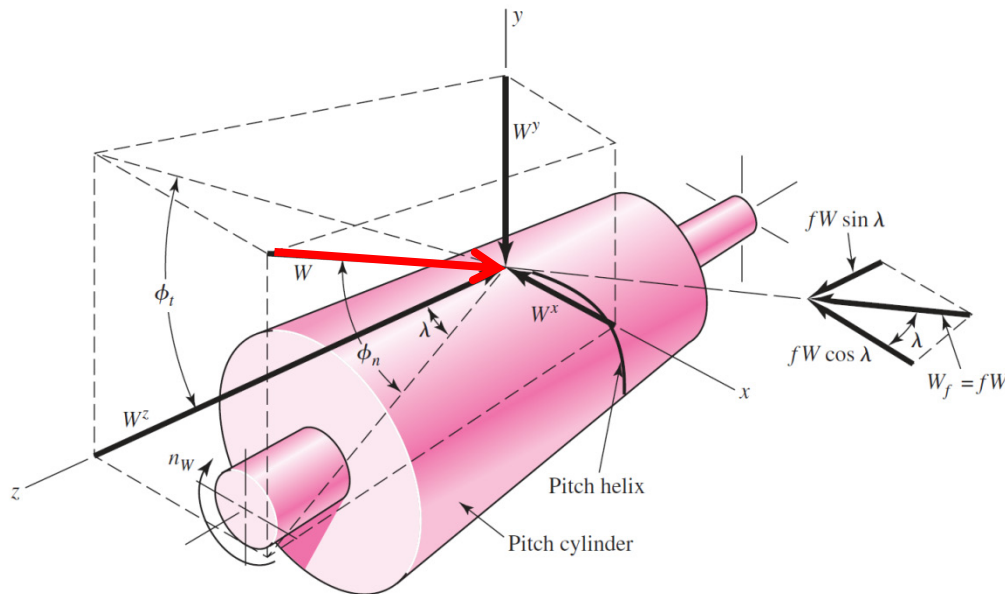
เนื่องจากแรงเสียดทานส่งผลมาก จะได้

$$W^x = W (\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda)$$

$$W^y = W \sin \phi_n$$

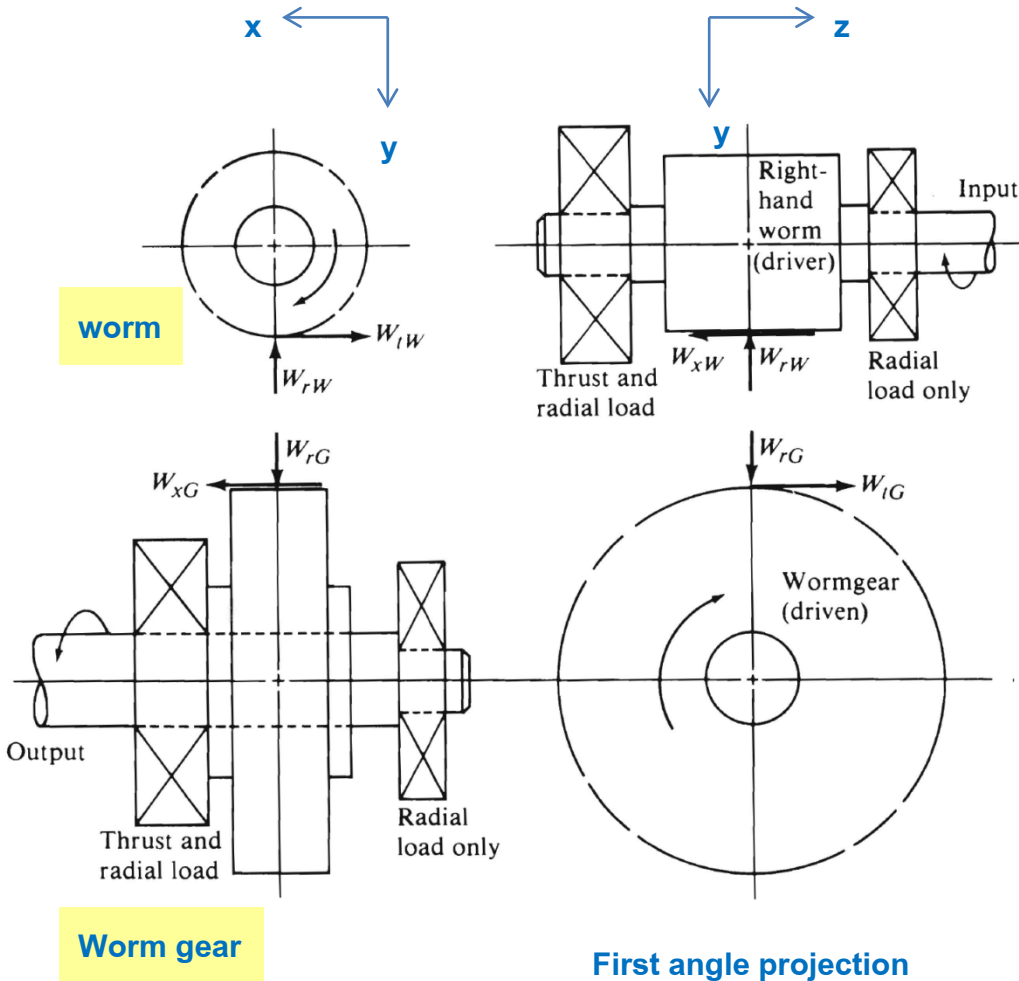
$$W^z = W (\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda)$$

โดย f คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน



แรงที่กระทำกับ worm

Forces in worm gear set (2)



เนื่องจาก worm และ worm gear วางตั้งฉากกัน ดังนั้น

1. แรงแนวสัมผัสของ worm จะเท่ากับแรงในแนวแกนของ worm gear
2. แรงในแนวแกนของ worm จะเท่ากับแรงในแนวสัมผัสของ worm gear

$$W^x = W_{Wt} = -W_{Ga}$$

$$W^y = W_{Wr} = -W_{Gr}$$

$$W^z = W_{Wa} = -W_{Gt}$$

W : worm
G : worm gear
t : tangent
a : axial
r : radial

แรงที่ส่งกำลังคือแรงที่กระทำในทิศทาง **tangent**

Efficiency (1)

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงส่งกำลังขาเข้า W_{Wt} และขาออก W_{Gt}

$$W_{Wt} = W^x = W(\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda)$$

$$W_{Gt} = -W^z = -W(\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda)$$

$$W_{Wt} = W_{Gt} \left(\frac{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda}{f \sin \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda} \right)$$

ประสิทธิภาพของชุดเฟืองหนอน

$$\eta = \frac{\text{output power}}{\text{input power}} = \frac{W_{Gt} r_G \omega_G}{W_{Wt} r_W \omega_W}$$

- กรณีไม่มี friction จะได้ประสิทธิภาพ = 1
- หากมี friction จะต้องใช้แรงขาเข้า W_{Wt} เพิ่มมากขึ้นเพื่อให้กำลังออก W_{Gt} เท่าเดิม



$$\eta = \frac{\eta_{\text{friction}}}{\eta_{\text{no friction}}} = \left(\frac{W_{Gt} r_G \omega_G}{W_{Wt} r_W \omega_W} \right) / \left(\frac{W_{Gt} r_G \omega_G}{W_{Wt} r_W \omega_W} \right)_{\text{no friction}}$$

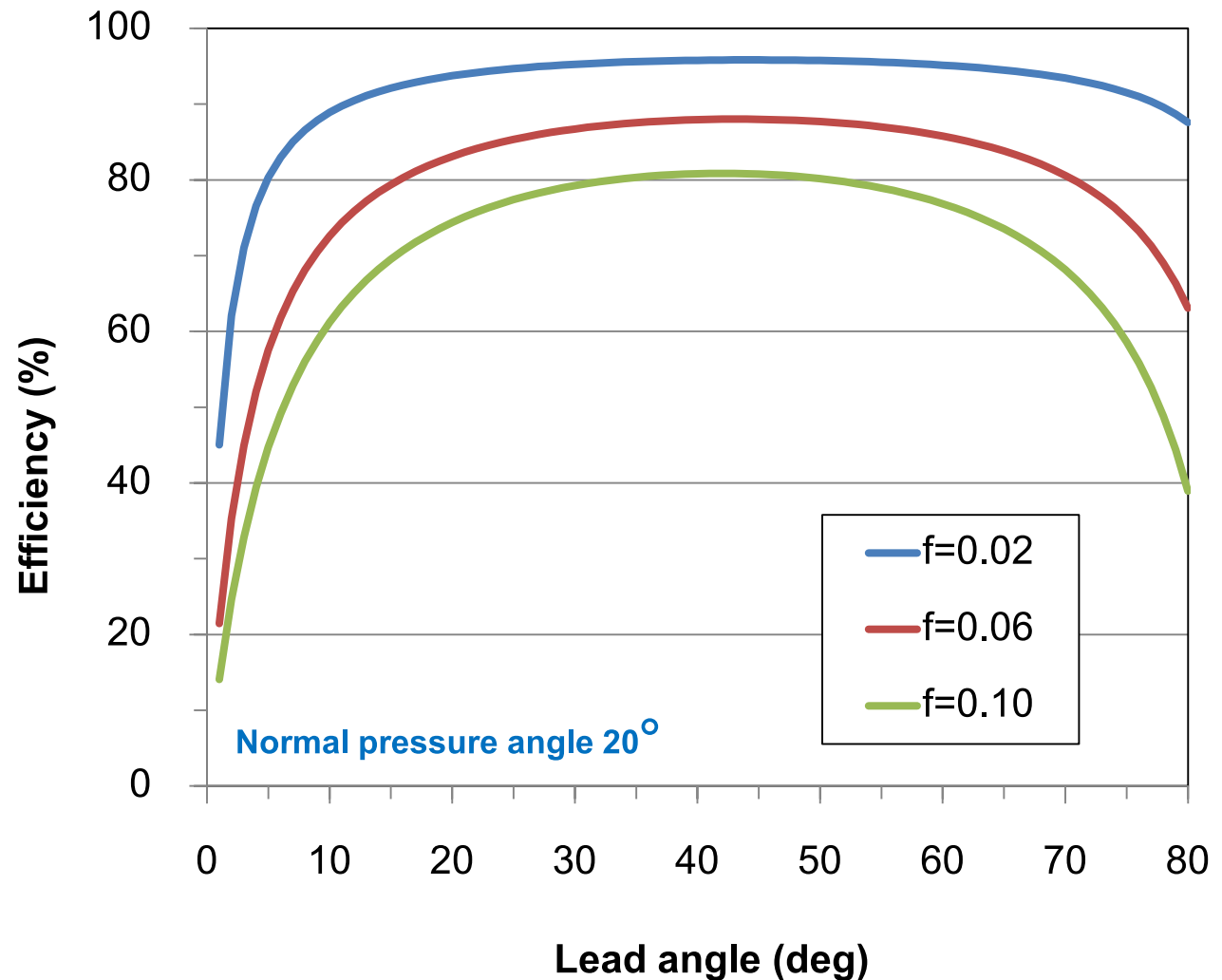
$$\eta = \frac{W_{Wt} \text{ (without friction)}}{W_{Wt} \text{ (with friction)}} \rightarrow f = 0$$

$$\eta = \frac{-W_{Gt} (\cos \phi_n \sin \lambda / \cos \phi_n \cos \lambda)}{W_{Gt} \left(\frac{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda}{f \sin \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda} \right)}$$

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - f \tan \lambda}{\cos \phi_n + f \cot \lambda}$$

Efficiency (2)

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - f \tan \lambda}{\cos \phi_n + f \cot \lambda}$$

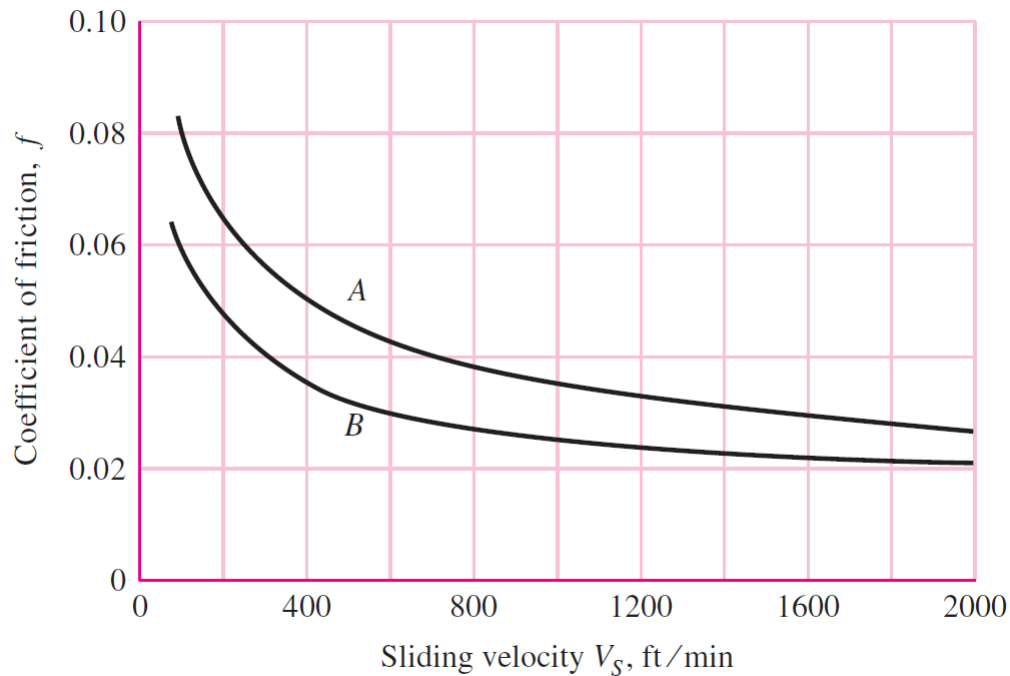


Friction coefficient

Representative values of the coefficient of friction for worm gearing

B: high-quality materials, ex: case-hardened steel worm-phosphor-bronze gear

A: used when more friction is expected, ex: cast-iron worm-cast-iron worm gear



Sliding velocity $V_S = \frac{V_W}{\cos \lambda}$

V_W : pitch-line velocity of the worm

Self-locking worm gear set

- Self-locking หมายถึงการที่ worm ขับ worm gear ได้ แต่ worm gear ไม่สามารถขับ worm ได้
- Self-locking จะเกิดเมื่อ $\lambda \leq \arctan(f)$ โดย f คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน
- Self-locking จะเกิดเมื่อ lead angle น้อยกว่า 5° และเป็นแบบ single-threaded worm
- Self-locking เป็นสมบัติที่ดีเมื่อต้องการให้มีการช่วยเบรก แต่สำหรับการยกของที่มีความเฉื่อยมาก การหยุดขับอย่างกะทันหัน เช่น ไฟดับ อาจทำให้ฟันของเกลิยวตัวหนอนแตกหักได้ จึงควรใช้วิธีอื่นในการช่วยเบรก
- ช่วง Lead angle น้อย ชุดเฟืองหนอนมีประสิทธิภาพต่ำ การออกแบบในหลายๆ ครั้งจึงมักไม่ต้องการให้มีการ self-locking

Stress in worm gear teeth

ปกติจะพิจารณาเฉพาะฟันของ worm gear เพราะเกลียวของตัวหนอนจะแข็งแรงกว่า และตัวหนอนมักจะผลิตจากวัสดุที่แข็งแรงกว่า worm gear

Bending stress in the gear teeth

$$\sigma = \frac{W_d}{yFp_n}$$

U.S. customary units

Approx. Lewis form factor for worm gear teeth

ϕ_n (deg.)	y
14.5	0.100
20	0.125
25	0.150
30	0.175

W_d : dynamic load on the gear teeth

y : Lewis form factor

F : Face width of the gear

p_n : normal circular pitch



$$p_n = p \cos \lambda = \frac{\pi d_G \cos \lambda}{N_G}$$

Dynamic load W_d and Face width F

Dynamic load

The dynamic load can be estimated from

$$W_d = W_{Gt} / K_v$$

$$K_v = 1200 / (1200 + v_{tG})$$

$$v_{tG} = \pi D_G n_G / 12 \quad \text{Pitch line speed of the gear (ft/min)}$$

D_G : diameter of gear (inch.)

n_G : angular velocity (rpm)

Face Width of Worm Gear

The actual face width should be used up to a maximum of $0.67d_w$

Stress & Material

Bending stress in the gear teeth

$$\sigma = \frac{W_d}{yFp_n}$$

<

**Fatigue strength of the
material of the worm gear**

Materials	Fatigue strength (psi)
Manganese gear bronze	17,000
Phosphor gear bronze	24,000
Cast iron	0.35 × ultimate strength

Surface durability of worm gear drives

Rated tangential load, W_{tR}

$$W_{tR} = C_S d_G^{0.8} F_e C_m C_v$$

U.S. customary units

d_G : Pitch diameter of the wormgear (inch)

F_e : Effective face width (inch)

C_S : materials factor

C_m : ratio correction factor

C_v : velocity factor

Effective face width F_e

- Use the actual face width of the worm gear up to the maximum of $0.67d_W$
- For larger face width, use $F_e = 0.67d_W$, because the excess width is not effective

Material factor C_S

$$W_{tR} = C_S d_G^{0.8} F_e C_m C_v$$

สมการด้านล่างใช้เมื่อ **Bronze gear** ขบกับ worm ซึ่งมี **surface hardness of 58 HRC minimum**

Sand-cast Bronzes:

$$\text{For } d_G > 2.5 \text{ in} \quad C_S = 1189.636 - 476.545 \log_{10}(d_G)$$

$$\text{For } d_G < 2.5 \text{ in} \quad C_S = 1000$$

Static-Chill-cast or Forged Bronzes:

$$\text{For } d_G > 8.0 \text{ in} \quad C_S = 1411.651 - 455.825 \log_{10}(d_G)$$

$$\text{For } d_G < 8.0 \text{ in} \quad C_S = 1000$$

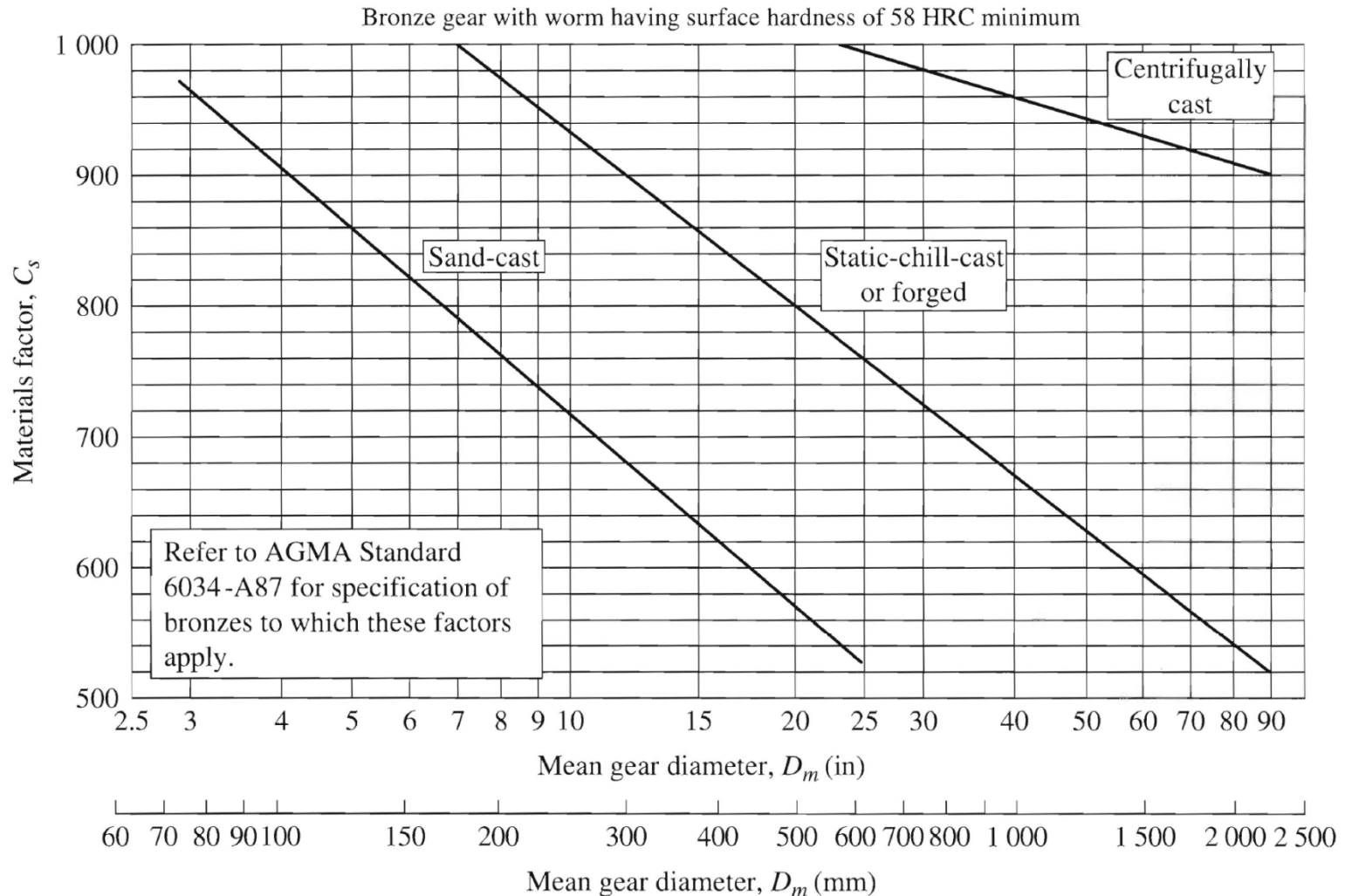
Centrifugally Cast Bronzes:

$$\text{For } d_G > 25 \text{ in} \quad C_S = 1251.291 - 179.750 \log_{10}(d_G)$$

$$\text{For } d_G < 25 \text{ in} \quad C_S = 1000$$

Material factor C_s

$$W_{tR} = C_S d_G^{0.8} F_e C_m C_v$$



Materials factor, C_s , for center distance > 3.0 in (76 mm)

Ratio correction factor C_m

$$W_{tR} = C_S d_G^{0.8} F_e C_m C_v$$

C_m can be computed from the following formulas

For gear ratio, m_G , from 6-20

$$C_m = 0.0200(-m_G^2 + 40m_G - 76)^{0.5} + 0.46$$

For gear ratio, m_G , from 20-76

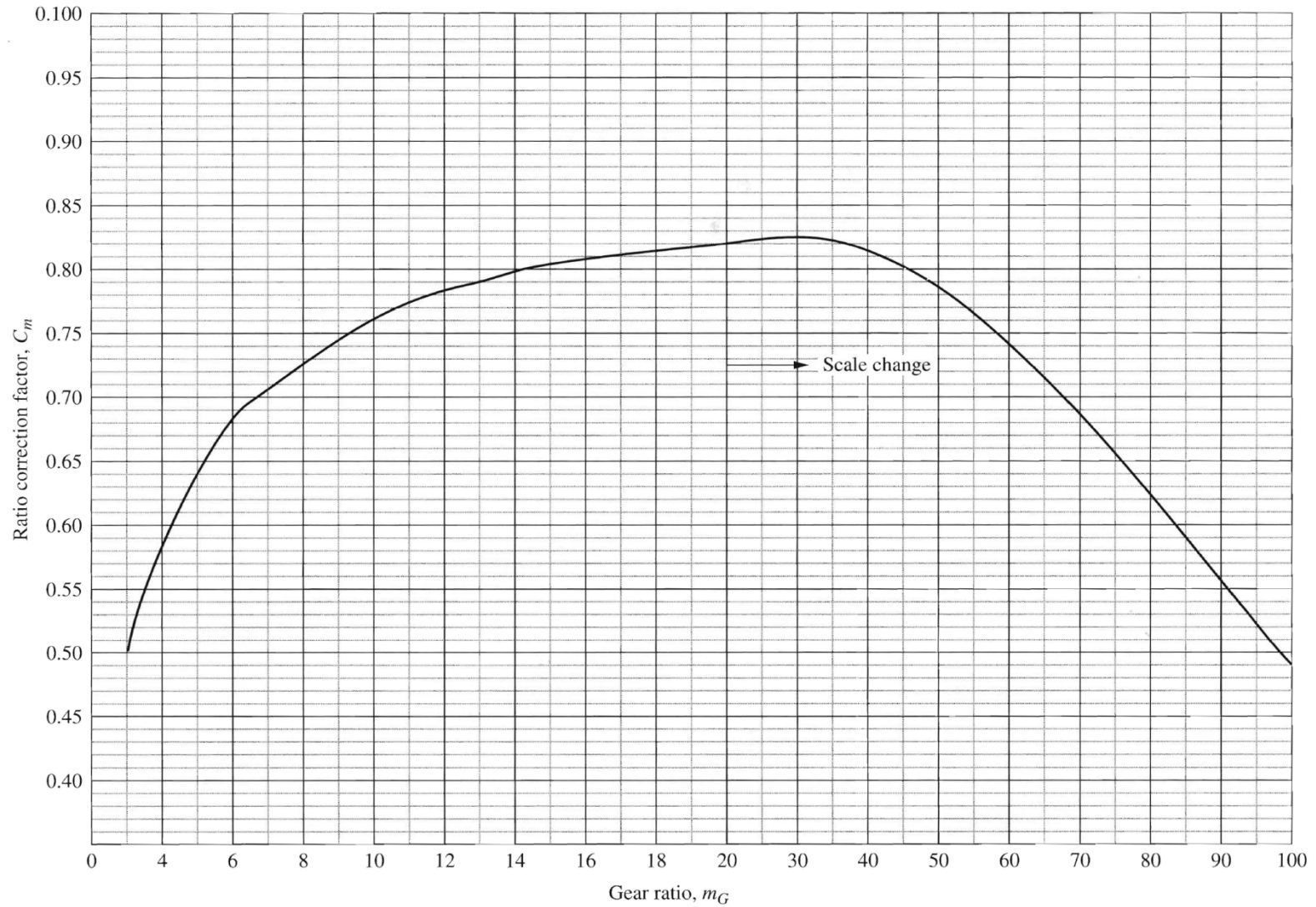
$$C_m = 0.0107(-m_G^2 + 56m_G + 5145)^{0.5}$$

For gear ratio, $m_G > 76$

$$C_m = 1.1483 - 0.00658m_G$$

Ratio correction factor C_m

$$W_{tR} = C_S d_G^{0.8} F_e C_m C_v$$



Velocity factor C_v

$$W_{tR} = C_S d_G^{0.8} F_e C_m C_v$$

C_v depended on the sliding velocity, and can be computed from the following formulas

For V_s from 0-700 ft/min

$$C_v = 0.659e^{(-0.0011 \cdot V_s)}$$

For V_s from 700-3000 ft/min

$$C_v = 13.31 \cdot V_s^{(-0.571)}$$

For $V_s > 3000$ ft/min

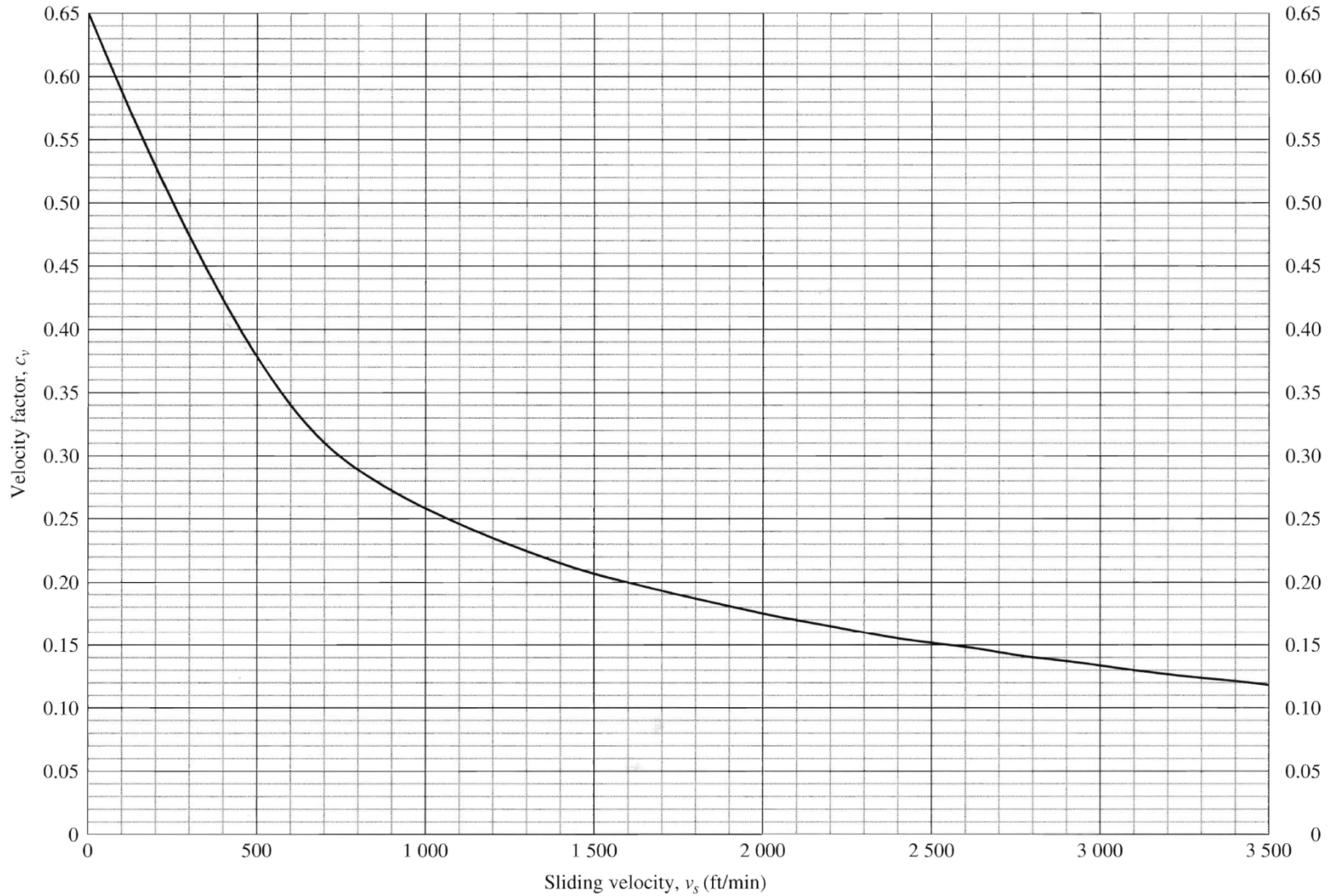
$$C_v = 65.52 \cdot V_s^{(-0.774)}$$

Sliding velocity $V_s = \frac{V_w}{\cos \lambda}$

V_w : pitch-line velocity of the worm

Velocity factor C_v

$$W_{tR} = C_S d_G^{0.8} F_e C_m C_v$$



Design of the worm gear set

- Actual tangential load W_t จะต้องน้อยกว่า Rated tangential load W_{tR}
- สมการที่แสดงใช้เฉพาะระบบที่เป็น smooth systems ซึ่งมีต้นกำลังที่ทำงานราบเรียบ และการทำงานไม่มีแรงกระแทก ทำงานน้อยกว่า 10 ชั่วโมงต่อวัน
- ถ้าใช้ในภาวะที่ต้นกำลัง หรือการทำงานไม่ใช่ smooth systems จะต้องคูณ factor ต่าง ๆ เพิ่มเข้าไป เช่น เพิ่ม Overload factor
- การเลือก Lead angle ควรเลือกในช่วงประสิทธิภาพสูง ช่วยลดปัญหาการระบายความร้อน จากชุดเฟืองหนอน ซึ่งทำได้โดยเพิ่มจำนวนปาก (Number of worm threads) ของตัวหนอน ซึ่งจะทำให้เฟืองหนอนมีขนาดใหญ่ขึ้น