

แบบฝึกหัดเสริม 2.1¹

1. กำหนดให้
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & x < 1 \\ -2, & x > 1 \end{cases}$$

1.1 จงพิจารณาว่า $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ มีค่าหรือไม่อย่างไร

1.2 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = -1, 0, 1, 2.5$ หรือไม่อย่างไร

1.3 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องบน $[-1, 1], [-1, 1), (-1, 1], (-1, 3)$ หรือไม่อย่างไร

2. กำหนดให้
$$f(x) = \begin{cases} 2, & x < 2 \\ 5 - x, & x \geq 2 \end{cases}$$

2.1 จงพิจารณาว่า $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ มีค่าหรือไม่อย่างไร

2.2 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = -2, 0, 2, 2.5$ หรือไม่อย่างไร

2.3 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องบน $[-1, 1], [-1, 2), (2, 4], (-1, 3), [0, 4], [-1, 2], [2, 4)$ หรือไม่

อย่างไร

3. กำหนดให้
$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x < 1 \\ 2, & 1 \leq x \leq 3 \\ 5 - x, & x > 3 \end{cases}$$

3.1 จงพิจารณาว่า $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ มีค่าหรือไม่อย่างไร เมื่อ $a = 0, 1, 2, 3, 4$

3.2 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = 0, 1, 2, 3, 4$ หรือไม่อย่างไร

3.3 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องบน $[-1, 1], [-1, 2), (0, 4], (-1, 4), (1, 3)$ หรือไม่อย่างไร

4. กำหนดให้
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 2, & x \leq 2 \\ 1, & 2 < x \leq 4 \\ 9 - 2x, & x > 4 \end{cases}$$

4.1 จงพิจารณาว่า $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ มีค่าหรือไม่อย่างไร เมื่อ $a = 1, 2, 3, 4, 5$

4.2 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = 1, 2, 3, 4, 5$ หรือไม่อย่างไร

4.3 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องบน $[0, 2], [-1, 5), (2, 6], (-1, 2), (-1, 2]$ หรือไม่อย่างไร

5. กำหนดให้
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + x}, & -4 \leq x < -1 \\ |x| + 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1 - x^2}{2x^2 - 5x + 3}, & 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

¹ จากหนังสือ แคลคูลัส ๑ โดย รศ.ดำรงศักดิ์ ทิพย์โยธา ผศ.ยุวรีย์ พันธุ์กล้า ผศ.ณัฐธนาถ ไตรภพ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พิมพ์ครั้งที่ 2

5.1 จงพิจารณาว่า $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ มีค่าหรือไม่อย่างไร เมื่อ $a = -3, -1, 0, 1, 2$

5.2 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = -3, -1, 0, 1, 2$ หรือไม่อย่างไร

5.3 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องบน $[-4, 4]$, $[-4, 4)$, $(-1, 1]$, $(-1, 4)$, $(-2, 1]$ หรือไม่อย่างไร

6. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{|x - 1|}, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$$

6.1 จงพิจารณาว่า $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ มีค่าหรือไม่อย่างไร เมื่อ $a = -1, 0, 1$

6.2 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องที่ $x = -1, 0, 1$ หรือไม่อย่างไร

6.3 จงพิจารณาว่า f มีความต่อเนื่องบน $[-4, 4]$, $[-4, 4)$, $(-1, 1]$, $[1, 2)$, $(1, 3]$ หรือไม่อย่างไร

7. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x < -3 \\ kx^2 + 2, & x > -3 \end{cases}$$

จงพิจารณาว่าสามารถหาค่าของ k ที่ทำให้ f มีความต่อเนื่องที่ $x = -3$ ได้หรือไม่อย่างไร ถ้ามีจงหาค่าของ k เหล่านั้นทั้งหมด

8. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x^2, & x \leq -2 \\ ax + b, & -2 < x < 2 \\ \frac{x^2}{2}, & x \geq 2 \end{cases}$$

จงพิจารณาว่าสามารถหาค่าของ a และ b ที่ทำให้ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ และ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ มีค่าได้หรือไม่อย่างไร ถ้ามีจงหาค่าของ a และ b เหล่านั้นทั้งหมด

9. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - b, & x < 1 \\ 4, & x = 1 \\ ax^2 + bx - 2, & x > 1 \end{cases}$$

จงพิจารณาว่าสามารถหาค่าของ a และ b ที่ทำให้ f มีความต่อเนื่องที่ $x = 1$ ได้หรือไม่อย่างไร ถ้ามีจงหาค่าของ a และ b เหล่านั้นทั้งหมด

10. กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} x + 2c, & x < -2 \\ 3cx + k, & -2 \leq x \leq 1 \\ 3x - 2k, & x > 1 \end{cases}$$

จงพิจารณาว่าสามารถหาค่าของ c และ k ที่ทำให้ f มีความต่อเนื่องที่ $x = -2$ และ $x = 1$ ได้หรือไม่อย่างไร ถ้ามี จงหาค่าของ c และ k เหล่านั้นทั้งหมด