

เฉลยแบบฝึกหัด 7.1

1. 1.1 เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันพหุนาม ดังนั้น f ต่อเนื่องบนช่วง $[0, 4]$, ดิฟเฟอเรนเชียลได้บนช่วง $(0, 4)$ และ $f(0) = 1 = f(4)$ เพราะฉะนั้นโดยทฤษฎีบทของรอล จะได้ว่ามี $c \in (0, 4)$ ที่ $f'(c) = 0$ พิจารณา $0 = f'(c) = 2x - 4$ ดังนั้น $c = 2$

1.2 เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันพหุนาม ดังนั้น f ต่อเนื่องบนช่วง $[0, 2]$, ดิฟเฟอเรนเชียลได้บนช่วง $(0, 2)$ และ $f(0) = 5 = f(2)$ เพราะฉะนั้นโดยทฤษฎีบทของรอล จะได้ว่ามี $c \in (0, 2)$ ที่ $f'(c) = 0$ และได้ค่า $c = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

1.3 หมายเหตุ $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$

เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันไซน์ ดังนั้น f ต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 1]$, ดิฟเฟอเรนเชียลได้บนช่วง $(-1, 1)$ และ $f(-1) = 0 = f(1)$ เพราะฉะนั้นโดยทฤษฎีบทของรอล จะได้ว่ามี $c \in (-1, 1)$ ที่ $f'(c) = 0$ และได้ค่า $c = -\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

1.4 เนื่องจาก f ต่อเนื่องบนช่วง $[-6, 0]$, ดิฟเฟอเรนเชียลได้ใน $(-6, 0)$ และ $f(-6) = 0 = f(0)$ เพราะฉะนั้นโดยทฤษฎีบทของรอล จะได้ว่ามี $c \in (-6, 0)$ ที่ $f'(c) = 0$ และได้ค่า $c = -4$

2. 2.1 เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันพหุนาม ดังนั้น f ต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 1]$ และ ดิฟเฟอเรนเชียลได้บนช่วง $(-1, 1)$ เพราะฉะนั้นโดยทฤษฎีบทค่ามัชฌิม จะได้ว่ามี $c \in (-1, 1)$ ที่ $f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)}$ พิจารณา

$$6x + 2 = f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{10 - 6}{2} = 2 \text{ จะได้ว่า } c = 0$$

2.2 เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันพหุนาม ดังนั้น f ต่อเนื่องบนช่วง $[0, 2]$ และ ดิฟเฟอเรนเชียลได้บนช่วง $(0, 2)$ เพราะฉะนั้นโดยทฤษฎีบทค่ามัชฌิม จะได้ว่ามี $c \in (0, 2)$ ที่ $f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0}$ และค่าได้ $c = \frac{2}{\sqrt{3}}$

2.3 เนื่องจาก f ต่อเนื่องบนช่วง $[0,1]$ และ ดิฟเฟอเรนเชียลได้บนช่วง $(0,1)$

เพราะฉะนั้น โดยทฤษฎีบทค่ามัชฌิม จะได้ว่ามี $c \in (0,1)$ ที่ $f'(c) = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0}$

และได้ค่า $c = \frac{1}{\sqrt{27}}$

2.4 เนื่องจาก f ต่อเนื่องบนช่วง $[1,4]$ และ ดิฟเฟอเรนเชียลได้บนช่วง $(1,4)$

เพราะฉะนั้นโดยทฤษฎีบทค่ามัชฌิม จะได้ว่ามี $c \in (1,4)$ ที่ $f'(c) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1}$ และ

ได้ค่า $c = 3\sqrt{2} - 2$

3.

	ค่าสูงสุดสัมบูรณ์	ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์	หมายเหตุ
3.1	8	-19	$f(-2) = -3, f(3) = -8, f(2) = -19,$ $f(-1) = 8$
3.2	66	2	$f(-2) = 11, f(3) = 66, f(0) = 3,$ $f(1) = 2 = f(-1)$
3.3	$\frac{3}{2}$	$\frac{12 - 8\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$	$f(4) = \frac{3}{2}$ $f(-4 + 2\sqrt{3}) = \frac{12 - 8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} - 8$
3.4	2	$-\sqrt{3}$	$f(-1) = -\sqrt{3}, f(2) = 0, f(\sqrt{2}) = 2$
3.5	$\sqrt{2}$	1	$f(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}, f(0) = 1, f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

4.

	จุดต่ำสุดสัมพัทธ์	จุดสูงสุดสัมพัทธ์	ฟังก์ชันเพิ่มในช่วง	ฟังก์ชันลดในช่วง
4.1	$(-1,0)$	$(1,4)$	$(-1,1)$	$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
4.2	$(\pm\sqrt{3}, -9)$	$(0,0)$	$(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, \infty)$	$(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$
4.3	$(1,1)$	$(-1,5)$	$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$	$(-1,1)$
4.4	$(-2,-2)$	$(-3,0)$	$(-2, \infty)$	$(-3,-2)$
4.5	$(4,-4)$	$(0,0)$	$(4, \infty)$	$(0,4)$
4.6	$-2\pi + 1$	$2\pi + 1$	$[-2\pi, 2\pi]$	ไม่มี